

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Ш Ы С Ы

ВЕСТНИК

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

THE BULLETIN

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

5

АЛМАТЫ
АЛМАТЫ
ALMATY

2012

ҚЫРКҮЙЕК
СЕНТЯБРЬ
SEPTEMBER

Бас редактор

ҚР ҰҒА академигі

М. Ж. Жұрынов

Редакция алқасы:

ҚР ҰҒА академигі **Т. Ә. Қожамқұлов** (бас редактордың орынбасары), ҚР ҰҒА-ның академиктері: **Н. Ә. Айтхожина, К. М. Байпақов, И. О. Байтулин, Р. И. Берсімбаев, Е. Е. Ергожин, Н. П. Иванов, С. А. Қасқабасов, З. М. Молдахметов, Н. К. Надиров, Ә. Н. Нысанбаев, С. С. Сатыбалдин, С. Н. Харин, О. Ш. Шоманов, Е. М. Шайхутдінов**; ҚР ҰҒА-ның шетелдік мүшелері: РҒА-ның академигі **Е. П. Велихов**, РҒА-ның академигі **Н. П. Лаверов**, Украина ҰҒА-ның академигі **В. В. Гончарук**; химия ғылымдарының докторы, проф. **Қ. С. Құлажанов**

Главный редактор

академик НАН РК

М. Ж. Журинов

Редакционная коллегия:

академик НАН РК **Т. А. Қожамқұлов** (заместитель главного редактора), академики НАН РК: **Н. А. Айтхожина, К. М. Байпақов, И. О. Байтулин, Р. И. Берсімбаев, Е. Е. Ергожин, Н. П. Иванов, С. А. Қасқабасов, З. М. Молдахметов, Н. К. Надиров, А. Н. Нысанбаев, С. С. Сатубалдин, С. Н. Харин, У. Ч. Чоманов, Е. М. Шайхутдінов**; иностранные члены НАН РК: академик РАН **Е. П. Велихов**, академик РАН **Н. П. Лаверов**, академик НАН Украины **В. В. Гончарук**; доктор химических наук, профессор **К. С. Құлажанов**

Editor-in-chief

academician of NAS of the RK

M. Zh. Zhurinov

Editorial staff:

academician of NAS of the RK **T. A. Kozhamkulov** (deputy editor-in-chief), academicians of NAS of the RK: **N. A. Aitkhozhina, K. M. Baipakov, I. O. Baitullin, R. I. Bersimbayev, E. E. Ergozhin, N. P. Ivanov, S. A. Kaskabasov, Z. M. Muldakhmetov, N. K. Nadirov, A. N. Nisanbaev, S. S. Satubaldin, S. N. Kharin, U. Ch. Chomanov, E. M. Shaikhutdinov**; foreign members of the NAS of RK: academician of the RAS **E. P. Velikhov**, academician of the RAS **N. P. Laverov**, academician of the NAS of Ukraine **V. V. Goncharuk**; doctor of chemical sciences, professor **K. S. Kulazhanov**

«Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан» I ISSN 1991-3494

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5551-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год

Тираж: 300 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 218-220, тел. 272-13-19, 272-13-18

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75

UDC 681.3

D. A. YELIUSSIZOV

STIRLING NUMBERS OVER RESTRICTED PARTITIONS OF SETS

Kazakh-British Technical University, Almaty

We introduce the properties of generalized Stirling numbers of the second kind which count the number of restricted set partitions.

1. Introduction. Suppose that k_1, \dots, k_n are positive integers and $K = k_1 + \dots + k_n$.

Let $S((k_1, \dots, k_n), m)$ be the number of partitions of the set $\{1, \dots, K\}$ into m blocks such that

- the first k_1 elements $(1, \dots, k_1)$ must be in distinct blocks;
- the next k_2 elements $(k_1 + 1, \dots, k_1 + k_2)$ must be in distinct blocks
- and so on;
- the last k_n elements $(k_1 + \dots + k_{n-1} + 1, \dots, k_1 + \dots + k_n)$ must be in distinct blocks.

Example. $S((2,2,1),2) = 4$; the pairs of elements 1, 2 and 3, 4 cannot be in one block and thus the only four corresponding partitions are:

$$\{\{1, 3\}, \{2, 4, 5\}\}; \{\{1, 3, 5\}, \{2, 4\}\}; \{\{1, 4\}, \{2, 3, 5\}\}; \{\{1, 4, 5\}, \{2, 3\}\}.$$

The number $S((k_1, \dots, k_n), m)$ can be considered as a generalization of the Stirling number of the second kind because $S((1, \dots, 1), m) = S(n, m)$, where $S(n, m)$ is a usual Stirling number of the second kind.

The case $S((r, 1, \dots, 1), m)$ generalizes the r -Stirling number of the second kind introduced by Broder [1].

2. Properties. Note that the value $S((k_1, \dots, k_n), m)$ will remain the same if we arbitrarily permute the numbers (k_1, \dots, k_n) .

Now let us introduce the general formula for $S((k_1, \dots, k_n), m)$.

Let $a_{(j)} = a(a-1) \dots (a-j+1)$ be a falling factorial.

Theorem 1. There holds the general formula

$$S((k_1, \dots, k_n), m) = \frac{1}{m!} \sum_{i=0}^m (-1)^{m-i} \binom{m}{i} i_{(k_1)} \dots i_{(k_n)}.$$

Proof. Let $A((k_1, \dots, k_n), m)$ be the number of surjective functions $f: \{1, \dots, K\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$ for which $f(1), \dots, f(k_1)$ have distinct values; $f(k_1 + 1), \dots, f(k_1 + k_2)$ have distinct values; and so on; $f(k_1 + \dots + k_{n-1} + 1), \dots, f(k_1 + \dots + k_n)$ have distinct values.

Then $A((k_1, \dots, k_n), m)$ can be computed using the inclusion-exclusion principle:

$$A((k_1, \dots, k_n), m) = \sum_{i=0}^m (-1)^{m-i} \binom{m}{i} i_{(k_1)} \dots i_{(k_n)}.$$

And it is also clear that

$$S((k_1, \dots, k_n), m) = \frac{1}{m!} A((k_1, \dots, k_n), m)$$

The recurrence relations are shown next.

Theorem 2. The following properties are true:

if $n = 1$, then $S((k), k) = 1$ and $S((k), i) = 0$ if $i \neq k$;

and the recurrence relations

$$S((k_1, \dots, k_n), m) = S((k_1, \dots, k_n - 1), m - 1) + (m - k_n + 1)S((k_1, \dots, k_n - 1), m); \quad (1)$$

and

$$S((k_1, \dots, k_n, k_{n+1}), m) = \sum_{j=0}^{k_{n+1}} \binom{k_{n+1}}{j} (m + j - k_{n+1})_{(j)} S((k_1, \dots, k_n), m + j - k_{n+1}). \quad (2)$$

Proof. Equation (1). Consider the last element K . It can form one separate block and this provides $S((k_1, \dots, k_n - 1), m - 1)$ ways; or the last element is contained in some block with other elements and this gives $(m - k_n + 1)S((k_1, \dots, k_n - 1), m)$ because there are only $(m - k_n + 1)$ proper blocks which do not contain the elements of $\{k_1 + \dots + k_{n-1} + 1, \dots, k_1 + \dots + k_n - 1\}$.

Equation (2). Consider the group of last k_{n+1} elements. Note that for each any $j = 0, \dots, k_{n+1}$ exactly j elements can share common blocks with other elements and thus, other $(k_{n+1} - j)$ elements form $(k_{n+1} - j)$ separate blocks of one element each.

This argument clearly gives the needed.

3. Connections with composition of differential operators. Let D be the derivative operator d/dx . For any fixed positive integer k let us consider the operator $E_k = x^k D^k$.

If $k = 1$, then $E = E_1 = xD$ has remarkable properties. For instance, it is well known that

$$E^n = \sum_{m=1}^n S(n, m) x^m D^m = \sum_{m=1}^n S(n, m) E_m,$$

where $S(n, m)$ is a Stirling number of the second kind.

Theorem 3.

$$E_{k_1} \dots E_{k_n} = \sum_{i=0}^K S((k_1, \dots, k_n), i) x^i D^i = \sum_{i=0}^K S((k_1, \dots, k_n), i) E_i,$$

Proof. By induction on n and directly using the recurrence relation (2).

Note that such property was established in the problem of boson normal ordering [2], where numbers $S((k_1, \dots, k_n), m)$ were considered with another (less natural) combinatorial interpretation. Authors also provide several properties which generalize properties of Stirling numbers of the second kind, e.g., the polynomial identity (Cor. 4.1)

$$\prod_{i=1}^n x_{(k_i)} = \sum_{i=0}^K S((k_1, \dots, k_n), i) x_{(i)}.$$

REFERENCES

1. Broder A.Z. The r -Stirling numbers, *Discrete Math.* **1984**, 49, 241-259.
2. Mendez M.A., Blasiak P., Penson K.A. Combinatorial approach to generalized Bell and Stirling numbers and boson normal ordering problem, *J. Math. Phys.* **2005**, 46, 083511-1-8.

Д. А. Елеусизов

ЕКІНШІ ТЕКТІ СТИРЛИНГ САНЫН ТАЛДАП ҚОРЫТУ

Мақалада шектеулі көптіктің бөлінуін есептеу арқылы анықталатын екінші текті Стирлинг санын талдап қорыту зерттелген.

Д. А. Елеусизов

ОБОБЩЕННЫЕ ЧИСЛА СТИРЛИНГА ВТОРОГО РОДА

В статье изучаются обобщенные числа Стирлинга второго рода, которые определяются при счете разбиений множеств с ограничениями.

M. M. SARSENGELDIN

APPROXIMATE SOLUTION OF ONE STEFAN TEST PROBLEM BY THE INTEGRAL ERROR FUNCTIONS METHOD (IEF method)

Suleyman Demirel University, Kazakhstan, Almaty, Qaskelen
Институт Математики и Математического моделирования МОН РК, г. Алматы

A wide range of transient phenomena in the fields like heat and mass transfer, low-temperature plasma, filtration and other evolutionary processes associated with phase transformations of substance, lead to solve Stefan type problems which describe above phenomena with unknown free interphase boundaries. Existing methods for solving boundary value problems of heat and mass transfer in domains with free boundaries, based on their reduction to the systems of integral equations, originally accepted non degenerate at the initial time. In the case of degeneracy of the integral equations, singularity occurs and development of new methods for the solution required. The developed method is based on use of Integral Error Functions and its properties which allow us to solve problems with free boundaries and can be effectively used in the fields of engineering, which require consideration of the phenomena of phase transformation.

Key words: Integral Error Functions, IEF method, Stefan problem.

Abbreviations: IEF – Integral Error Function.

Introduction. Solution of the Heat Equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

can be represented in the following form

$$u_n(\pm x, t) = t^{\frac{n}{2}} i^n \operatorname{erfc}\left(\frac{\pm x}{2a\sqrt{t}}\right) \quad (2)$$

where

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x, \quad i^n \operatorname{erfc} x = \int_x^\infty i^{n-1} \operatorname{erfc} v dv, \quad n=1,2,\dots \quad i^0 \operatorname{erfc} x \equiv \operatorname{erfc} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-v^2) dv \quad (3)$$

Using superposition principle solution (1) can be written in the form of series of (2)

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^k [A_n u_n(x, t) + B_n u_n(-x, t)], \quad (4)$$

where coefficients A_n, B_n have to be determined.

From formulas (3) one can obtain below properties

– for n integer

$$i^n \operatorname{erfc}(-x) + (-1)^n i^n \operatorname{erfc} x = \frac{1}{2^{n-1} n! i^n} H_n(ix) = \frac{1}{2^{n-1} n!} e^{-x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{x^2} \quad (5)$$

where $H_n(x)$ are Hermite polynomials. Using (3)

one can write

$$\begin{aligned} i^n \operatorname{erfc}(-x) + (-1)^n i^n \operatorname{erfc} x &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{n!} \int_{-x}^\infty (v+x)^n \exp(-v^2) dv + \\ & \frac{(-1)^n 2}{n! \sqrt{\pi}} \int_x^\infty (v-x)^n \exp(-v^2) dv = \frac{2}{n! \sqrt{\pi}} \int_{-x}^\infty (v+x)^n \exp(-v^2) dv = \frac{1}{2^{n-1} n! i^n} H_n(ix) \end{aligned} \quad (6)$$

yield

$$i^n \operatorname{erfc}(-x) + (-1)^n i^n \operatorname{erfc}x = \sum_{m=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{x^{n-2m}}{2^{2m-1} m!(n-2m)!} \quad (7)$$

– If $n = 2k$, then

$$i^{2k} \operatorname{erfc}x + i^{2k} \operatorname{erfc}(-x) = \sum_{m=0}^k \frac{x^{2(k-m)}}{2^{2m-1} m!(2k-2m)!} \quad (8)$$

– If $n = 2k+1$, then

$$i^{2k+1} \operatorname{erfc}(-x) - i^{2k+1} \operatorname{erfc}x = \sum_{m=0}^k \frac{x^{2(k-m)+1}}{2^{2m-1} m!(2k-2m+1)!} \quad (9)$$

Above properties and superposition principle allow us to derive following expression as a solution of equation (1)

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^k \{ A_{2n} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m} t^m \beta_{2n,m} + A_{2n+1} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m+1} t^m \beta_{2n+1,m} \} \quad (10)$$

Problem Statement. Solve the Heat Equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \alpha(t), \quad 0 < t < 1 \quad (11)$$

Subject to

$$\text{I. C:} \quad u(x, 0) = 0, \quad (12)$$

$$\text{B. C:} \quad -\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = e^t, \quad 0 < t < 1, \quad (13)$$

$$u_{x=\alpha(t)} = 0, \quad 0 < t < 1, \quad (14)$$

Stefan condition

$$-\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\alpha(t)} = \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t}, \quad 0 < x < \alpha(t) \quad (15)$$

$$u(0, 0) = 0, \quad (16)$$

Exact solution:

$$u(x, t) = e^{t-x} - 1 \text{ and } \alpha(t) = t$$

Method of solution:

We shall solve the problem in polynomial form of IEF. We subdivide time interval (0,1) into two intervals $(0; 0.4]$, $(0.4; 0.8]$ and take two points for time t , $t_1 = 0.4$ and $t_2 = 0.8$

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^k \left\{ A_{2n} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m} t^m \beta_{2n,m} + A_{2n+1} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m+1} t^m \beta_{2n+1,m} \right\}$$

and

$\alpha(t) = \{y_1(t), y_2(t)\}$, where $y_1(t) = m_1 t$ defined in the domain $t \in (0; 0.4]$ and $y_2(t) = (m_1 - m_2)t_1 + m_2 t$ defined in the domain $t \in (0.4; 0.8]$. Since two points are taken two even A_0, A_2 and two odd A_1, A_3 coefficients have to be determined.

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = A_1 \beta_{1,0} + A_3 \beta_{3,1} t_k = e^{t_k}, \text{ where } k = 1, 2$$

Odd coefficients A_1, A_3 can be obtained from above system. Making calculations we have $A_1 = 0.758$, $A_3 = 14.674$.

System of equations obtained from second boundary condition, can be solved parametrically in terms of m_1, m_2 (even coefficients A_0, A_2 can be expressed in terms of m_1, m_2).

B. BAISAKOV, A. AKSHABAYEV, L. NAIZABAYEVA

MANAGING A VIRTUAL OBJECT USING A 3D CAMERA DISTANCE INFORMATION

Kazakh-British Technical University, Almaty

This paper describes our experiment with the video camera which can generate RGB color output and depth map in the one time. In this work used information generated by this camera for drawing and manipulating an augmented cube defined by real marker. For visualizing 3D cube augmented reality toolkit is used. Also we invented new algorithm for finding distance between camera and virtual object using special camera depth sensors.

1. Introduction. First, we found the translation of centre point of the marker in the video frame coordinate. By this information we calculate the depth centre point of the marker, e.g. we found the distance between the camera and marker centre. This distance is used as a third – Z coordinate of the centre point. Also, we found the centre of the real hand in the video frame. Finally, by calculating according Z coordinate to this point, we conclude that it's possible to manipulate the augmented cube by real hand in 3D environment.

To take a skin area, convert RGB input image to YCbCr color model. And we can get candidates of the hand. Calculate the center of gravity. And cut out fingers using the circle which has center at the center of gravity. To initialize hand region we count under blobs. Hand rectangle will have 6 to 7 blobs. At this time we should correspond depth map pixels to RGB map. This paper includes KINECT calibration method. We can update hand region by set the threshold in the depth.

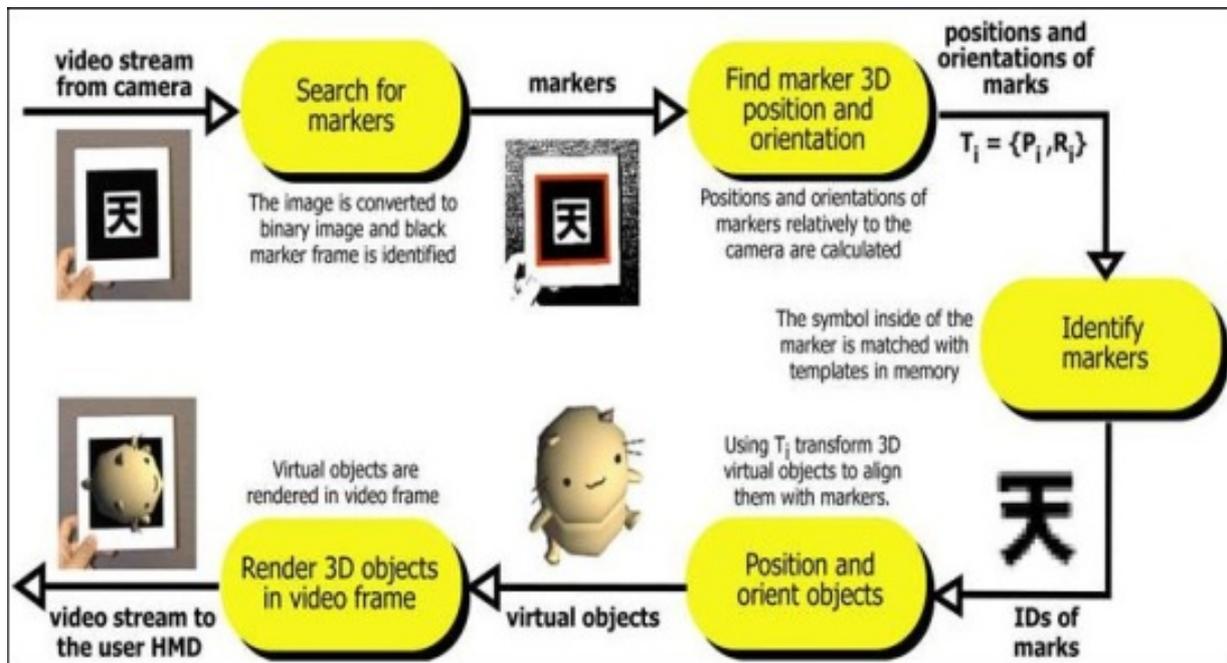


Fig. 1. TheARToolKit tracking steps taken from [2]

2. AR Objects Depth Detection

A. Reading data from sensors device. In our work we used active-sensing depth camera which has structured light, and a color camera. It generates images of 640x480 pixels 30 times a second. For accessing the generated data OpenNI (Open Natural Interaction) framework is used. The term Natural Interaction (NI) refers to a concept where Human-device interaction is based on human senses, mostly focused on hearing and vision. OpenNI is a multi-language, cross-platform framework that defines APIs

for writing applications utilizing Natural Interaction. OpenNI APIs are composed of a set of interfaces for writing NI applications. OpenNI defines Production Nodes, which are a set of components that have a productive role in the data creation process required for Natural Interaction based applications. Each production node encapsulates the functionality that relates to the generation of the specific data type [1].

B. Marker detection in the video frame. ARToolKit is a popular planar marker system for Augmented Reality and Human Computer Interaction (HCI) systems due to its available source code. The bitonal markers consist of a square black border and a pattern in the interior. Color video stream is generated by kinect and transferred to the application layer by the OpenNI Image generator [1]. The image is converted to binary image and black marker frame is identified. After successful identification of marker, the position of the camera relative to the black square is calculated. Area, centre position, lines and vertexes of the detected marker is used to drawing AR object on top of the video of the real world [2].

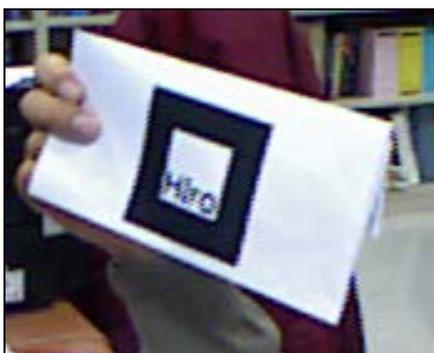


Fig. 2. Sample marker in frame without virtual object

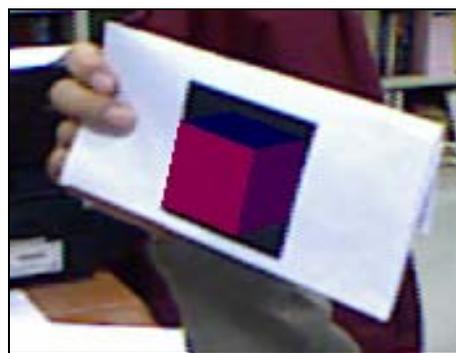


Fig. 3. Sample marker in frame with virtual cube

B. Video frame depth map generating. A depth generator is a production node that is implemented by a sensor, which takes raw sensory data from a depth sensor and outputs a depth map [1]. This data is generated by hardware devices that capture the visual and audio elements of the scene and stored in the 16-bit value. We can consider it as a one dimensional array.

C. Virtual object depth evaluating from the depth map. Let's consider detected marker centre coordinates in the video frame as point P with the coordinates px and py . For finding the correspondence element to P from the depth map we have to evaluate corresponding index. We can use next equation:

$$index = py' \cdot w + px',$$

where w – width of the video frame. Usually, py and px are given by floating numbers. Index is integer value, we can't use py and px directly, that is why we will use only integer part of this numbers. For reducing error value in the type casting, we have to convert to integer each of number separately, we have:

$$px' = \text{int}(px), \quad py' = \text{int}(py).$$

D. Checking the result. For testing algorithm which described above, we use next activity diagram:

- 1) Hardware and software initializing
- 2) Hand centre depth (HCD) evaluating.

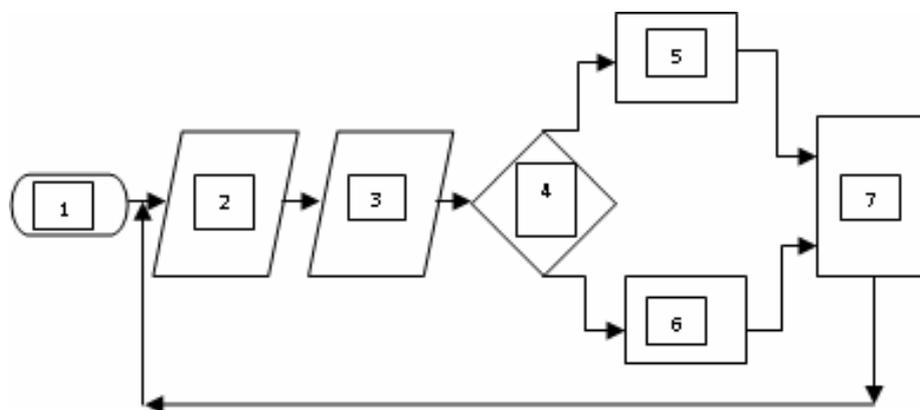


Fig. 4. Basic steps for depth evaluating

- 3) Virtual object depth (VOD) evaluating.
- 4) Check if the HCD is equal to the VOD. If it is true then go to 5th step, else go 6th step.
- 5) Set the virtual object color to blue.
- 6) Set the virtual object color to red.
- 7) Draw virtual object on the video frame and return to 2nd step.



Fig. 5. Depth of the cube and hand is not same



Fig. 6. Depth of the cube and hand is same

E. Further work. Depth map errors often lead to noticeable artifacts in 3D video and significantly decrease the resultant quality. Errors often occur in the occlusion areas. In the [3] purposed a method of filtering depth maps provided by Kinect depth camera. Filter uses output of the conventional Kinect camera along with the depth sensor to improve the temporal stability of the depth map and fill occlusion areas. To filter input depth map, the algorithm uses the information about motion and color of objects from the video. The proposed method can be applied as a preprocessing stage before using Kinect output data.

REFERENCES

1. OpenNI documentation. http://www.openni.org/images/stories/pdf/OpenNI_UserGuide_v4.pdf ARToolKit documentation. <http://www.hitl.washington.edu/artoolkit/documentation/userarwork.htm>
2. <http://www.hitl.washington.edu/artoolkit/documentation/userarwork.htm>
3. *Matyunin S., Vatolin D., Berdnikov Y., Smirnov M.* Temporal filtering for depth maps generated by Kinect depth camera 3DTV Conference: The True Vision – Capture, Transmission and Display of 3D Video (3DTV).

Б. Байсақов, А. Ақшабаев, Л. Найзабаева

3D КАМЕРАСЫНЫҢ ЖӘНЕ ҚАШЫҚТЫҚ ТУРАЛЫ АҚПАРАТТЫҢ КӨМЕГІМЕН АУАНИ НЫСАНДАРДЫ БАСҚАРУ

Бұл жұмыста бір уақытта RGB түсін беретін және нысандарға дейінгі қашықтықты анықтай алатын бейне камераны қолдану түрі қарастырылған. Берілген ақпаратты қолдана отырып, кубты салуға және оны толықтырылған шынайылықта басқаруға мүмкіндік беретін бағдарлама жазылды. Бейне камерадан нысанға дейінгі қашықтықты анықтау үшін арнайы сенсор камералары қолданылды. Толықтырылған шынайылықпен жұмыс істеуге мүмкіндік беретін 3D кубын көрсету мақсатында арнайы библиотека қолданды.

Б. Б. Байсаков, А. К. Ақшабаев, Л. Найзабаева

УПРАВЛЕНИЕ ВИРТУАЛЬНЫМ ОБЪЕКТОМ С ПОМОЩЬЮ ИНФОРМАЦИИ О РАССТОЯНИИ И 3D КАМЕРЫ

Рассмотрен способ использования видеокамеры, которая одновременно на выходе генерирует RGB цвет и информацию о расстоянии до объектов. Применяя данную информацию, написана программа, с помощью которой можно рисовать и управлять кубом в дополненной реальности. Для определения расстояния от камеры до объектов был использован специальный сенсор камеры. Для визуализации 3D куба была использована специальная библиотека, которая позволяет работать с дополненной реальностью.

Н. И. МАРТЫНОВ

КВАЗИКОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ В ПЛОСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

РГП «Институт математики и математического моделирования», г. Алматы

В компактной комплексной форме приводятся основные соотношения плоской теории упругости неоднородной анизотропной среды в криволинейной системе координат. Для статических краевых задач введена функция напряжений с учетом объемных сил. Для составных неоднородных анизотропных упругих сред приведены конкретные квазиконформные отображения (гомеоморфизмы уравнений Бельтрами), позволяющие обнулить некоторые упругие коэффициенты-функции в законе Гука во всей области, что позволяет упростить дальнейшее исследование.

Введение. Интенсивное производство современных материалов, использование нанотехнологий в «преднамеренном создании» неоднородных, анизотропных полей упругих параметров существенно повышает прочность материала и расширяет диапазон эксплуатации соответствующих оптимальных конструкций. В связи с этим выдвигается новый класс задач с изменяющейся по области анизотропией с упругими коэффициентами из класса суммируемых и класса измеримых ограниченных функций и многое другое.

В работах [1, 2] двумерные краевые задачи статики и задачи кручения теории упругости неоднородных анизотропных сред приведены к краевой задаче Римана-Гильберта для обобщенного аналитического вектора [3-5]. Это позволяет задействовать уже разработанный универсальный аппарат [4], сводящий краевую задачу Римана-Гильберта для обобщенного аналитического вектора к эквивалентной системе контурных сингулярных интегральных уравнений, а также в случае составных упругих сред привести ее к эквивалентной системе сингулярных интегральных уравнений по области [6, 7].

Для решения практически важных задач часто бывает удобным предварительно выполнить замену переменных, что связано с криволинейностью границы области. Поэтому необходимо иметь рабочие формулы, соотношения не обязательно в ортогональной системе координат для решения конкретных задач. В. Н. Монаховым [5] обобщен знаменитый результат Б. Римана о конформных отображениях на квазиконформные отображения. В работе [2] показано, что уравнения задачи кручения для неоднородной анизотропной среды с помощью определенного квазиконформного отображения переходят в уравнения для неоднородной изотропной среды. Это позволило выделить широкий класс точных решений уравнений с переменными коэффициентами.

В настоящем исследовании в компактной комплексной форме приводятся основные соотношения плоской статической теории упругости неоднородной анизотропной среды в криволинейной системе координат. Введена функция напряжений с учетом объемных сил. Показано, что любое отображение на плоскости есть квазиконформное отображение. Для составных неоднородных анизотропных упругих сред приведены конкретные квазиконформные отображения (гомеоморфизмы уравнений Бельтрами), позволяющие обнулить некоторые упругие модули-функции в законе Гука во всей области, что позволяет упростить дальнейшее исследование. Доказано, что произвольную матрицу упругих модулей-функций для составного неоднородного анизотропного тела можно определенным гомеоморфизмом привести к матрице с четырьмя каноническими модулями-функциями, что обобщает известный результат Н. И. Остросаблина для однородных сред на неоднородные составные среды.

1. Основные соотношения. В декартовой системе координат Ox_1x_2 в поле объемных сил f при условии плоской деформации рассмотрим равновесие анизотропного неоднородного линейно-упругого тела, занимающего область D с границей Γ . На части границы Γ_1 заданы усилия, на другой ее части Γ_2 – перемещения.

Перейдем в плоскость комплексных переменных и введем комплексные операторы:

$$z = x_1 + ix_2, \quad \bar{z} \equiv s = x_1 - ix_2, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i \frac{\partial}{\partial x_2} \right), \quad \frac{\partial}{\partial s} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + i \frac{\partial}{\partial x_2} \right)$$

где i – мнимая единица ($i^2 = -1$). Введем комплексные компоненты векторов перемещений W и объемных сил f , комплексные компоненты тензора напряжений σ_{ij} и тензора деформаций ε_{ij} [8]:

$$\begin{aligned} W &= u_1 + iu_2, \quad f = f_1 + if_2, \quad T_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22}, \quad T_2 = (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + 2i\sigma_{12}, \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} = W_z + \bar{W}_s, \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) + i\varepsilon_{12} = W_s, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (i, j=1,2) \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= (\varepsilon_2, \bar{\varepsilon}_2, \varepsilon_1)^T, \quad \mathbf{T} = (T_2, \bar{T}_2, T_1)^T \end{aligned} \quad (1.0)$$

Индексы z, s означают соответствующие производные по z и по s . Тогда уравнения равновесия и закон Гука запишутся в виде:

$$T_{1s} + T_{2z} + f = 0 \quad (1.1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T} \quad (1.2)$$

Здесь

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} b & d & c \\ \bar{d} & b & \bar{c} \\ \bar{c} & c & a \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Omega}^{-1} = \begin{pmatrix} B & D & C \\ \bar{D} & B & \bar{C} \\ \bar{C} & C & A \end{pmatrix},$$

$$b = \frac{1}{8}(\beta_{11} + \beta_{22} - 2\beta_{12} + \beta_{66}), \quad a = \frac{1}{2}(\beta_{11} + \beta_{22} + 2\beta_{12}),$$

$$d = \frac{1}{8}((\beta_{11} + \beta_{22} - 2\beta_{12} - \beta_{66}) + 2i(\beta_{16} - \beta_{26})), \quad c = \frac{1}{4}((\beta_{11} - \beta_{22}) + i(\beta_{16} + \beta_{26})), \quad (1.2a)$$

где $\beta_{ij} = \beta_{ij}(x_1, x_2)$ – приведенные упругие параметры, зависящие от координат x_1, x_2 [9]. Как видно из (1.2a), b, a – действительные функции, а c, d можно представить в виде:

$$c = |c|e^{i\psi}, \quad d = |d|e^{2i\psi}. \quad (1.2б)$$

Соотношения (1.2б) следуют из результатов работы [10]. Матрица $\boldsymbol{\Omega}$ – эрмитова и положительно-определенная, поскольку упругий потенциал

$$V = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{4} (T_1 \varepsilon_1 + \bar{T}_2 \varepsilon_2 + T_2 \bar{\varepsilon}_2) = \frac{1}{4} \mathbf{T}^* \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}, \quad (\mathbf{T}^* = (\bar{T}_2, T_2, T_1))$$

положительно-определенная форма. Отсюда следует, что

$$a > 0, \quad b > 0, \quad b > |d|, \quad ab > |c|^2, \quad a(b + |d|) > 2|c|^2 \quad (1.3)$$

Введем «след» от объемных сил и функцию напряжений $U(z, s)$:

$$\theta_1 = \int_0^{x_1} f_1(x_1, x_2) dx_1, \quad \theta_2 = \int_0^{x_2} f_2(x_1, x_2) dx_2, \quad U_{zs} = T_1 + (\theta_1 + \theta_2), \quad U_{ss} = -(T_2 + \theta_1 - \theta_2) \quad (1.4)$$

(Вне области компоненты объемных сил полагаются равными нулю).

Тогда уравнение (1.1) удовлетворяется автоматически, а закон Гука запишется в виде:

$$\begin{aligned} W_s &= -bU_{ss} - dU_{zz} + cU_{zs} + F \\ \bar{W}_z &= -dU_{ss} - bU_{zz} + \bar{c}U_{zs} + \bar{F} \\ (W_z + W_s) &= -\bar{c}U_{ss} - cU_{zz} + aU_{zs} + F_0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

где

$$\begin{aligned} F &= -(b+d)(\theta_1 - \theta_2) - c(\theta_1 + \theta_2), \\ F_0 &= -(c + \bar{c})(\theta_1 - \theta_2) - a(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (1.5a)$$

Комплексный закон Гука, который связывает между собой силовые и деформационные характеристики упругого тела, с дополнительным условием $U_{zs} = U_{sz}$, представляет систему

эллиптических уравнений первого порядка на плоскости относительно W, \bar{W}, U_S, U_Z . Присоединив соответствующие граничные условия основных краевых задач теории упругости, получим соответствующие краевые задачи теории обобщенного аналитического вектора. Как показано в [1], разрешение системы уравнений (1.5) с соответствующими граничными условиями (при определенной гладкости упругих параметров) эквивалентно разрешению краевых задач теории упругости традиционными методами.

2. Замена координат. Произведем замену координат:

$$x_1 = x_1(\eta_1, \eta_2), x_2 = x_2(\eta_1, \eta_2), x_3 = \eta_3, \eta = \eta_1 + i\eta_2, \bar{\eta} = \eta_1 - i\eta_2. \quad (2.1)$$

Здесь введена плоскость комплексной переменной η . Тогда ковариантные компоненты метрического тензора определяются как:

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{12} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad g_{11} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \eta_1} \right)^2, \quad g_{22} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \eta_2} \right)^2, \quad (2.2)$$

$$g_{12} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta_1} \frac{\partial x_1}{\partial \eta_2} + \frac{\partial x_2}{\partial \eta_1} \frac{\partial x_2}{\partial \eta_2} \right), \quad g = \det \|g_{ij}\| = g_{11} \cdot g_{22} - g_{12}^2,$$

а контрвариантные, как:

$$g^{11} = \frac{g_{22}}{g}, \quad g^{22} = \frac{g_{11}}{g}, \quad g^{12} = -\frac{g_{12}}{g}. \quad (2.2a)$$

Введем комплексные компоненты метрического тензора:

$$g_1 = (g_{11} + g_{22}), \quad g_2 = (g_{11} - g_{22}) + 2ig_{12} \quad (2.3)$$

Используя (2.1), (2.2), получим:

$$\beta_1 = \bar{\eta}_s, \quad \beta_2 = \eta_s, \quad \bar{\beta}_1 = \eta_z, \quad \bar{\beta}_2 = \bar{\eta}_z; \quad \alpha_1 = \frac{\bar{\beta}_1}{J} = \frac{\eta_z}{J} = s_{\bar{\eta}}, \quad \alpha_2 = -\frac{\beta_2}{J} = -\frac{\eta_s}{J} = z_{\bar{\eta}},$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\beta_1}{J} = \frac{\bar{\eta}_s}{J} = z_{\eta}, \quad \bar{\alpha}_2 = -\frac{\bar{\beta}_2}{J} = -\frac{\bar{\eta}_z}{J} = s_{\eta}; \quad J = \frac{1}{\sqrt{g}} = \left(|\eta_z|^2 - |\eta_s|^2 \right) = \left(|z_{\eta}|^2 - |s_{\eta}|^2 \right)^{-1};$$

$$g_1 = \frac{2}{J^2} \left(|\eta_z|^2 + |\eta_s|^2 \right) = 2 \left(|z_{\eta}|^2 + |s_{\eta}|^2 \right)^{-1}; \quad g_2 = -\frac{4\eta_s \eta_z}{J^2} = 4z_{\bar{\eta}} s_{\bar{\eta}}, \quad g = \frac{1}{4} \left(g_1^2 - |g_2|^2 \right) > 0, \quad (2.4)$$

$$\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \bar{\beta}_2 = 1, \quad \alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \bar{\beta}_1 = 0$$

Здесь J – якобиан преобразования. Обозначим через τ^{ij} , e_{ij} , v_i , f^i на плоскости η контрвариантные компоненты тензора напряжений, ковариантные компоненты тензора деформаций, ковариантные компоненты вектора перемещений, контрвариантные компоненты вектора объемных сил, соответственно, и введем их комплексные компоненты:

$$\tau_1 = \tau^{11} + \tau^{22}, \quad \tau_2 = \tau^{11} - \tau^{22} + 2i\tau^{12}, \quad e_1 = e_{11} + e_{22}, \quad e_2 = \frac{1}{2}(e_{11} - e_{22}) + ie_{12},$$

$$v = v_1 + iv_2, \quad f_* = f_*^1 + if_*^2, \quad e = (e_2, \bar{e}_2, e_1)^T, \quad \tau = (\tau_2, \bar{\tau}_2, \tau_1)^T \quad (2.5)$$

На плоскости η уравнения равновесия, упругий потенциал, компоненты тензора деформаций запишутся в виде:

$$\tau_{,\mu}^{i\mu} + f_*^i = 0, \quad V = \frac{1}{2} \tau^{\mu\gamma} \cdot e_{\mu\gamma} = \frac{1}{4} (\tau_1 e_1 + \tau_2 \bar{e}_2 + \bar{\tau}_2 e_2), \quad e_{ij} = \frac{1}{2} (v_{j,i} + v_{i,j}), \quad (2.6)$$

где запятая означает ковариантную производную, а по греческим индексам производится суммирование. Компоненты тензоров, векторов при переходе от декартовой системы координат к криволинейной преобразуются по формулам [8]:

$$\tau^{ij} = \sigma_{\mu\gamma} \frac{\partial \eta_i}{\partial x_{\mu}} \frac{\partial \eta_j}{\partial x_{\gamma}}, \quad e_{ij} = \varepsilon_{\mu\gamma} \frac{\partial x_{\mu}}{\partial \eta_i} \frac{\partial x_{\gamma}}{\partial \eta_j}, \quad v_i = u_{\mu} \frac{\partial x_{\mu}}{\partial \eta_i}, \quad f_*^j = f_{\mu} \frac{\partial \eta_j}{\partial x_{\mu}} \quad (2.7)$$

Используя (1.0),(2.4),(2.5),(2.7), получим формулы преобразования комплексных компонент тензоров и векторов при переходе от плоскости z к плоскости η и обратно:

$$\begin{aligned}
 e_2 &= \alpha_1^2 \varepsilon_2 + \alpha_2^2 \bar{\varepsilon}_2 + \alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_1, \quad \varepsilon_2 = \beta_1^2 e_2 + \beta_2^2 \bar{e}_2 + \beta_1 \beta_2 e_1 \\
 \bar{e}_2 &= \bar{\alpha}_2^2 \varepsilon_2 + \bar{\alpha}_1^2 \bar{\varepsilon}_2 + \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 \varepsilon_1, \quad \bar{\varepsilon}_2 = \bar{\beta}_2^2 e_2 + \bar{\beta}_1^2 \bar{e}_2 + \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 e_1 \\
 e_1 &= 2\alpha_1 \bar{\alpha}_2 \varepsilon_2 + 2\bar{\alpha}_1 \alpha_2 \bar{\varepsilon}_2 + (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = 2\beta_1 \bar{\beta}_2 e_2 + 2\bar{\beta}_1 \beta_2 \bar{e}_2 + (|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) e_1 \\
 \tau_2 &= \bar{\beta}_1^2 T_2 + \beta_2^2 \bar{T}_2 + 2\bar{\beta}_1 \beta_2 T_1, \quad T_2 = \bar{\alpha}_1^2 \tau_2 + \alpha_2^2 \bar{\tau}_2 + 2\bar{\alpha}_1 \alpha_2 \tau_1 \\
 \bar{\tau}_2 &= \bar{\beta}_2^2 T_2 + \beta_1^2 \bar{T}_2 + 2\beta_1 \bar{\beta}_2 T_1, \quad T_2 = \bar{\alpha}_2^2 \tau_2 + \alpha_1^2 \bar{\tau}_2 + 2\alpha_1 \bar{\alpha}_2 \tau_1 \\
 \tau_1 &= \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 T_2 + \beta_1 \beta_2 \bar{T}_2 + (|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) T_1, \quad T_1 = \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 \tau_2 + \alpha_1 \alpha_2 \bar{\tau}_2 + (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) \tau_1 \\
 v &= \alpha_1 w + \alpha_2 \bar{w}, \quad \bar{v} = \bar{\alpha}_2 w + \bar{\alpha}_1 \bar{w}, \quad w = \beta_1 v + \beta_2 \bar{v}, \quad \bar{w} = \bar{\beta}_2 v + \bar{\beta}_1 \bar{v} \\
 f_* &= \bar{\beta}_1 f + \beta_2 \bar{f}, \quad \bar{f}_* = \bar{\beta}_2 f + \beta_1 \bar{f}, \quad f = \bar{\alpha}_1 f_* + \alpha_2 \bar{f}_*, \quad \bar{f} = \bar{\alpha}_2 f_* + \alpha_1 \bar{f}_*
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Закон Гука на плоскости η записывается в виде:

$$e = \Omega_* \tau, \quad \tau = \Omega_*^{-1} e \tag{2.9}$$

Получим значения упругих параметров на плоскости η . Для этого заменим в законе Гука (1.2) комплексные компоненты тензоров напряжений и деформаций на плоскости z на комплексные компоненты тензоров напряжений и деформаций на плоскости η , используя (2.8),(2.9). Тогда получим:

$$\begin{aligned}
 b_* &= (|\alpha_1|^4 + |\alpha_2|^4) b + (d\alpha_1^2 \bar{\alpha}_2^2 + \bar{d} \bar{\alpha}_1^2 \alpha_2^2) + (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) (c\alpha_1 \bar{\alpha}_2 + \bar{c} \bar{\alpha}_1 \alpha_2) + |\alpha_1|^2 |\alpha_2|^2 a, \\
 a_* &= 8|\alpha_1|^2 |\alpha_2|^2 b + 4(d\alpha_1^2 \bar{\alpha}_2^2 + \bar{d} \bar{\alpha}_1^2 \alpha_2^2) + 4(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) (c\alpha_1 \bar{\alpha}_2 + \bar{c} \bar{\alpha}_1 \alpha_2) + (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)^2 a, \\
 d_* &= \alpha_1^2 \alpha_2^2 (2b + a) + (d\alpha_1^4 + \bar{d} \bar{\alpha}_2^4) + 2\alpha_1 \alpha_2 (c\alpha_1^2 + \bar{c} \alpha_2^2), \\
 c_* &= \alpha_1 \alpha_2 (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) (2b + a) + 2(d\alpha_1^3 \bar{\alpha}_2 + \bar{d} \bar{\alpha}_1 \alpha_2^3) + \alpha_1^2 (|\alpha_1|^2 + 3|\alpha_2|^2) c + \alpha_2^2 (3|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) \bar{c}, \\
 B_* &= (|\beta_1|^4 + |\beta_2|^4) B + (D\bar{\beta}_1^2 \bar{\beta}_2^2 + \bar{D} \beta_1^2 \beta_2^2) + 2(|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) (c\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 + \bar{c} \beta_1 \beta_2) + 4|\beta_1|^2 |\beta_2|^2 A, \\
 A_* &= 2|\beta_1|^2 |\beta_2|^2 B + (D\bar{\beta}_1^2 \bar{\beta}_2^2 + \bar{D} \beta_1^2 \beta_2^2) + 2(|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) (c\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 + \bar{c} \beta_1 \beta_2) + (|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2)^2 A, \\
 D_* &= 2\bar{\beta}_1^2 \beta_2^2 (B + 2A) + (D\bar{\beta}_1^4 + \bar{D} \beta_2^4) + 4\bar{\beta}_1 \beta_2 (C\bar{\beta}_1^2 + \bar{C} \beta_2^2), \\
 C_* &= \bar{\beta}_1 \beta_2 (|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) (B + 2A) + (D\bar{\beta}_1^3 \bar{\beta}_2 + \bar{D} \beta_1 \beta_2^3) + \bar{\beta}_1^2 (|\beta_1|^2 + 3|\beta_2|^2) C + \beta_2^2 (3|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) \bar{C}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Отметим, что матрица упругих параметров Ω_* остается эрмитовой и положительно-определенной, упругий потенциал сохраняется. Для того, чтобы выразить упругие параметры на плоскости z через упругие параметры на плоскости η , необходимо в соотношениях (2.10), (2.11) α_i заменить на β_i , и наоборот, а также звездочку перенести на упругие параметры без звездочки, и наоборот. Соотношения (2.8),(2.10) можно записать в матричном виде как:

$$\begin{aligned}
 e &= \alpha \varepsilon, \quad \varepsilon = \beta e, \quad \tau = \beta^* T, \quad T = \alpha^* \tau, \quad \Omega_* = \alpha \Omega \alpha^*, \quad \Omega_*^{-1} = \beta^* \Omega^{-1} \beta, \\
 \beta &= \begin{pmatrix} \beta_1^2 & \beta_2^2 & \beta_1 \beta_2 \\ \bar{\beta}_2^2 & \bar{\beta}_1^2 & \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 \\ 2\beta_1 \bar{\beta}_2 & 2\bar{\beta}_1 \beta_2 & (|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2) \end{pmatrix}, \quad \alpha = \beta^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_1 \alpha_2 \\ \bar{\alpha}_2^2 & \bar{\alpha}_1^2 & \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 \\ 2\alpha_1 \bar{\alpha}_2 & 2\bar{\alpha}_1 \alpha_2 & (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Распишем ковариантные производные в (2.6).

$$\tau_{,\mu}^{\mu i} = \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial(\sqrt{g}\tau^{\mu i})}{\partial\eta_{\mu}} + G_{\mu\gamma}^i \sqrt{g}\tau^{\mu\gamma} \right), \quad v_{j,i} = \frac{\partial v_j}{\partial\eta_i} - G_{ij}^{\mu} v_{\mu}, \quad G_{ij}^k = \frac{g^{\mu k}}{2} \left(\frac{\partial g_{i\mu}}{\partial\eta_j} + \frac{\partial g_{j\mu}}{\partial\eta_i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial\eta_{\mu}} \right),$$

где G_{ij}^k – символы Кристоффеля второго рода. Учитывая (2.1)-(2.6),(2.12), получим:

$$e_1 = \left(\frac{\partial v}{\partial\eta} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial\bar{\eta}} \right) - \bar{n}v - n\bar{v}, \quad e_2 = \frac{\partial v}{\partial\bar{\eta}} - \bar{m}_1 v - m_2 \bar{v}, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial(\sqrt{g}\tau_1)}{\partial\bar{\eta}} + \frac{\partial(\sqrt{g}\tau_2)}{\partial\eta} + \sqrt{g}(n\tau_1 + m_1\tau_2 + m_2\tau_2) + \sqrt{g}f_* = 0, \quad (2.14)$$

где

$$n = \frac{1}{2} \left((G_{11}^1 + G_{22}^1) + i(G_{11}^2 + G_{22}^2) \right) = \frac{J^2}{4} (g_{2\eta}g_1 - \bar{g}_{2\bar{\eta}}g_2) = 2J(z_{\bar{\eta}\eta}s_{\bar{\eta}} - s_{\bar{\eta}\eta}z_{\bar{\eta}}),$$

$$m_1 = \frac{1}{4} \left((G_{11}^1 - G_{22}^1 + 2G_{12}^2) + i(G_{11}^2 - G_{22}^2 - 2G_{12}^1) \right) = \frac{J^2}{8} \left((2g_{1\eta} - \bar{g}_{2\bar{\eta}})g_1 - \bar{g}_{2\eta}g_2 \right) = J(z_{\eta\eta}s_{\bar{\eta}} - s_{\eta\eta}z_{\bar{\eta}}),$$

$$m_2 = \frac{1}{4} \left((G_{11}^1 - G_{22}^1 - 2G_{12}^2) + i(G_{11}^2 - G_{22}^2 + 2G_{12}^1) \right) = \frac{J^2}{8} (g_1g_{2\bar{\eta}} - (2g_{1\bar{\eta}} - g_{2\eta})g_1) = J(z_{\bar{\eta}\bar{\eta}}s_{\bar{\eta}} - s_{\bar{\eta}\bar{\eta}}z_{\bar{\eta}}).$$

Соотношение (2.14) представляет уравнение равновесия на плоскости η . Выразим комплексные компоненты напряжения через функцию напряжений U , для чего воспользуемся (1.4), (2.1), (2.4), (2.5) и легко проверяемым тождеством:

$$\beta_2\bar{\beta}_{1\eta} + \beta_1\bar{\beta}_{1\bar{\eta}} = \bar{\beta}_1\bar{\beta}_{2\eta} + \bar{\beta}_2\bar{\beta}_{2\bar{\eta}}$$

Тогда получим:

$$\tau_1 = J^2 \left(U_{\eta\bar{\eta}} - \frac{n}{2}U_{\eta} - \frac{\bar{n}}{2}U_{\bar{\eta}} \right) + F_0^*, \quad F_0^* = - \left(|\beta_1 + \bar{\beta}_2|^2 \theta_1 + |\beta_1 - \bar{\beta}_2|^2 \theta_2 \right)$$

$$\tau_2 = J^2 \left(-U_{\bar{\eta}\bar{\eta}} + m_2U_{\eta} + \bar{m}_1U_{\bar{\eta}} \right) + F^*, \quad F^* = - \left(\bar{\beta}_1 + \beta_2 \right)^2 \theta_1 + \left(\bar{\beta}_1 - \beta_2 \right)^2 \theta_2 \quad (2.15)$$

Если подставить (2.15) в уравнение равновесия (2.14), то получим тождество. Отметим также полезные равенства:

$$g_{2\eta} = ng_1 + \bar{n}g_2, \quad g_{2\bar{\eta}} = 2m_2g_1 + 2\bar{m}_1g_2, \quad g_{1\eta} = -\frac{J_{\eta}}{4J}g_1 + \bar{m}_2g_2 + \frac{n}{2}\bar{g}_2$$

Аналог уравнений (1.5) на плоскости η , с учетом приведенных выше зависимостей, запишется в виде:

$$v_{\bar{\eta}} + J^2 \left(b_*U_{\eta\bar{\eta}} + d_*U_{\eta\eta} - c_*U_{\eta\bar{\eta}} \right) = \bar{m}_1v + m_2\bar{v} + p_1U_{\eta} + p_2U_{\bar{\eta}} + L,$$

$$\bar{v}_{\eta} + J^2 \left(\bar{d}_*U_{\eta\bar{\eta}} + b_*U_{\eta\eta} - \bar{c}_*U_{\eta\bar{\eta}} \right) = \bar{m}_2v + m_1\bar{v} + \bar{p}_2U_{\eta} + \bar{p}_1U_{\bar{\eta}} + \bar{L}, \quad (2.16)$$

$$v_{\eta} + \bar{v}_{\bar{\eta}} + J^2 \left(\bar{c}_*U_{\eta\bar{\eta}} + c_*U_{\eta\eta} - a_*U_{\eta\bar{\eta}} \right) = \bar{n}v + n\bar{v} + p_3U_{\eta} + \bar{p}_3U_{\bar{\eta}} + L_0,$$

где

$$p_1 = J^2 \left(b_*m_2 + d_*m_1 - c_*\frac{n}{2} \right), \quad p_2 = J^2 \left(b_*\bar{m}_1 + d_*\bar{m}_2 - c_*\frac{\bar{n}}{2} \right), \quad p_3 = J^2 \left(c_*m_1 + \bar{c}_*m_2 - a_*\frac{\bar{n}}{2} \right),$$

$$L = b_*F^* + d_*\bar{F}^* + c_*F_0^*, \quad L_0 = \bar{c}_*F^* + c_*\bar{F}^* + a_*F_0^*.$$

Для того, чтобы получить уравнения равновесия в перемещениях, необходимо второе соотношение (2.9) подставить в (2.14) и воспользоваться (2.13).

3. Гомеоморфизм. Уравнения Бельтрами для прямого и обратного преобразований имеют вид [3]:

$$\eta_s - \lambda\eta_z = 0, \quad z_{\bar{\eta}} + \lambda s_{\bar{\eta}} = 0 \quad (|\lambda| \leq \lambda_0 = const < 1) \quad (2.17)$$

Б. В. Боярским доказано [3, 11, 12], что если функция λ измерима на всей плоскости (вне области, $\lambda = 0$), равномерна строго ограничена единицей, то решения уравнений (2.17) осуществляют гомеоморфное (взаимно-однозначное и непрерывное) отображение плоскости z на плоскость η , и обратно. Прямое и обратное отображения принадлежат некоторому гильдеровскому классу функций. Таким образом, гомеоморфизм (2.17) есть непрерывно-дифференцируемое (в обобщенном смысле) отображение. Он строится как решение определенного сингулярного интегрального уравнения по области методом последовательных приближений с геометрической скоростью сходимости [3].

Из соотношений (2.4) следует:

$$z_{\bar{\eta}} - \lambda' z_{\eta} = 0, \quad \eta_s + \lambda' \bar{\eta}_s = 0, \quad \lambda' = \frac{g_2}{g_1 + 2\sqrt{g}}, \quad (|g_2| \neq 0) \quad (2.18)$$

Положим

$$\lambda = -\lambda' \frac{\bar{\eta}_s}{\eta_z} \text{ в } \bar{D}, \text{ при } \eta_z \neq 0; \text{ и } \lambda = 0 \text{ при } \eta_z = 0 \text{ и вне } \bar{D}.$$

При положительном якобиане преобразования J , из (2.2)-(2.4) следует, что λ' , λ равномерно ограничены строго единицей. Тогда уравнения (2.18) для прямого и обратного преобразований есть уравнения Бельтрами (2.17). Поэтому замена переменных (2.1) есть гомеоморфизм (квазиконформное отображение) (2.17). При $g_2=0$ отображение становится конформным. Если g_2 – действительная функция, то отображение – ортогональное. Отметим, что в механике сплошной среды обычно рассматриваются отображения с положительным якобианом. При отрицательном якобиане преобразования J , первоначальную декартовую систему координат необходимо выбрать левой, тогда отображение в этой системе координат будет с положительным якобианом. Нетрудно также доказать, что произвольное отображение с отрицательным якобианом будет также гомеоморфизмом.

В реальной ситуации, для составного неоднородного анизотропного тела упругие параметры кусочно – непрерывные – дифференцируемые функции. Поэтому, если мы хотим учесть структуру составного упругого тела при конструировании замены переменных, то необходимо воспользоваться квазиконформными отображениями уравнений Бельтрами (2.17). В. Н. Монаховым доказано, что определенным решением уравнений Бельтрами (2.17) можно любую многосвязную область отобразить в любую область той же связности [5].

Рассмотрим составное упругое тело и гомеоморфизм :

$$\beta_2 = \lambda \bar{\beta}_1, \quad \alpha_1 = -\lambda \alpha_2 \quad (2.19)$$

Потребуем, чтобы упругий параметр d_* стал равным нулю во всей области. С учетом (2.19), (2.10), на плоскости η получим:

$$d_* = \alpha_1^4 (\bar{d} \lambda^4 - 2\bar{c} \lambda^3 + (2b + a) \lambda^2 - 2c \lambda + d) = 0 \quad (2.20)$$

Тогда λ должно удовлетворять характеристическому уравнению, стоящему в круглых скобках (2.20). Корни этого уравнения (при d не равном нулю) все комплексные и простые, и симметричны относительно единичной окружности [1]. Поэтому два корня этого уравнения по модулю всегда меньше единицы, а два других – по модулю больше единицы. В качестве λ примем любой из корней, модуль которого меньше единицы при d не равном нулю, и λ положим равным нулю при d равном нулю. Тогда d_* обратится в нуль на всей плоскости η . Если упругие параметры постоянны во всей области, то правая часть (2.16) обратится в нуль за исключением объемных сил, и тогда система уравнений (2.16) легко интегрируется. В результате получим общее решение типа С. Г. Лехницкого [1, 8].

В случае переменных упругих параметров система (2.16) с учетом (2.20) достаточно просто приводится к каноническому по И. Г. Петровскому виду [1], что необходимо для решения краевых задач методами теории обобщенного аналитического вектора [3-5].

Аналогично составляется гомеоморфизм (2.19), который обращает D_* в нуль. При этом, λ удовлетворяет характеристическому уравнению:

$$D_* = \bar{\beta}_1^4 (\bar{D} \lambda^4 + 4\bar{C} \lambda^3 + 2(B + 2A) \lambda^2 + 4C \lambda + D) = 0$$

Подберем λ также таким образом, чтобы c_* было равным нулю во всей области. Гомеоморфизм ищем в виде (2.19) с λ , равным:

$$\lambda = |\lambda| e^{i\psi}, \quad (e^{i\psi} = \sqrt{\frac{c}{c}} = \sqrt[4]{\frac{d}{d}}) \quad (2.21)$$

Учитывая (2.19), (2.21), четвертое соотношение (2.10) запишется в виде:

$$c_* = \alpha_1^2 |\alpha_1|^2 e^{i\psi} \zeta \left((1 + |\lambda|^2)^2 + 4|\lambda|^2 \right) \left(k - \frac{y}{1 + 4y^2} \right), \quad \zeta = (2b + 2|d| + a), \quad \kappa = \frac{|c|}{\zeta}, \quad y = \frac{|\lambda|}{1 + |\lambda|^2} \quad (2.22)$$

Из последнего соотношения (1.3) следует, что $4\kappa < 1$. Приравняв c_* нулю, получим:

$$y = 2\kappa \left(1 + \sqrt{1 - 16\kappa^2} \right)^{-1} < \frac{1}{2}, \quad |\lambda| = 2y \left(1 + \sqrt{1 - 4y^2} \right)^{-1} < 1 \quad (2.23)$$

Выбирая λ по формулам (2.21), (2.23), если c не равно нулю, и полагая $\lambda = 0$, если $c = 0$, получим, что в преобразованной плоскости $c_* = C_* = 0$.

Граничные условия на плоскости η получаются просто. На той части границы Γ_2 , где заданы перемещения по соответствующим формулам (2.8) определяем перемещения на преобразованной части границы Γ'_2 . На части границы Γ_1 , где заданы усилия, известна величина U_s , и тогда известна величина $U_{\bar{\eta}}$ на преобразованной части границы Γ'_1 .

Рассмотрим однородное анизотропное тело. Известно [9,10], что однородное анизотропное тело при плоской деформации ведет себя как ортотропное тело, поэтому в главных осях анизотропии d , c – действительные постоянные ($\psi = 0$). Выполним гомеоморфизм (2.21)–(2.23), который обращает c_* в нуль. Тогда матрица Ω_* имеет вид:

$$\Omega_* = \begin{pmatrix} b_* & d_* & 0 \\ d_* & b_* & 0 \\ 0 & 0 & a_* \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Уравнения (2.9) могут быть записаны в безразмерном виде, при этом упругие модули могут быть отнесены к некоторому фиксированному эталону, например, к b_* , а напряжения к b_*^{-1} . Тогда в безразмерных переменных (за ними оставляем те же обозначения, что и для размерных переменных) матрица Ω_* запишется как:

$$\Omega_* = \begin{pmatrix} 1 & d_* & 0 \\ d_* & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_* \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

То есть, квазиконформным отображением произвольную матрицу упругих модулей, содержащей шесть независимых компонент, всегда можно свести к матрице с двумя независимыми компонентами, которые названы Н. И. Остроблиным каноническими модулями [10].

Для составных неоднородных упругих анизотропных тел, как это следует из приведенных выше гомеоморфизмов (обнуляющих во всей области d_* , или c_*), независимых канонических модулей – функций будет четыре. Для составного неоднородного ортотропного во всей области тела независимых канонических модулей – функций будет три, а для трансверсально-изотропного тела – два.

Заключение. Используя результаты работы [5] и приведенные выше соотношения, зная решение краевых задач теории упругости для составных упругих неоднородных анизотропных тел в прямоугольной декартовой системе координат для стандартной области, с помощью квазиконформного отображения уравнений Бельтрами (2.17) можно построить бесконечно много решений практически для произвольных областей в криволинейной системе координат, и наоборот. При решении конкретных краевых задач с помощью «хорошо подобранного» гомеоморфизма можно упростить как разрешающиеся уравнения, так и граничные условия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартынов Н.И. Краевые задачи теории упругости неоднородной среды как краевые задачи обобщенного аналитического вектора // Математический журнал. – 2007. – № 3(25). – С. 69-77.
2. Алексеева Л.А., Мартынов Н.И., Федоров И.О. Применение квазиконформного отображения в задачах кручения неоднородных анизотропных тел // Математический журнал. – 2009. – Т. 9, № 3(33). – С. 14-18.
3. Веква И.Н. Обобщенные аналитические функции. – М.: Наука, 1988. – 509 с.
4. Боярский Б.В. Теория обобщенного аналитического вектора // *Annales Polonici Mathematici*. – 1966. – V. 17. – P. 281-320.
5. Монахов В.Н. Краевые задачи со свободными границами для эллиптических систем уравнений. – М.: Наука, 1977. – 424 с.
6. Мартынов Н.И. Интегральные уравнения по области в статической теории упругости неоднородной среды // Доклады НАН РК. – 2010. – № 3. – С. 11-16.
7. Мартынов Н.И., Таукенова В.М., Шынгысова Ш.К. Интегральные уравнения двумерных статических краевых задач теории упругости неоднородных сред // Научные труды «Эділет» Caspian social university. – 2011. – № 2. – С. 168-172.
8. Черных К.Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах. – Л.: Машиностроение, 1986. – 336 с.
9. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 415 с.
10. Остробаблин Н.И. Канонические модули и общее решение уравнений двумерной статической задачи анизотропной упругости // ПТМФ. – 2010. – № 3. – С. 94-106.
11. Боярский Б.В. Гомеоморфные решения систем Бельтрами // ДАН СССР. – 1955. – Т.102, № 4. – С. 661-664.
12. *Bojarski B.* On the Beltrami equation, once again: 54 years later // *Annales Academia Scientiarum Fennica Mathematica*. – 2010. – V. 35. – P. 59-73.

REFERENCES

1. Martynov N.I. *Matematicheskij zhurnal*. **2007**. № 3(25). S. 69-77.
2. Alekseeva L.A., Martynov N.I., Fedorov I.O. *Matematicheskij zhurnal*. **2009**. T.9. № 3(33). S. 14-18.
3. Vekua I.N. *Obobwennye analiticheskie funkicii*. *Nauka*, **1988**. 509 s.
4. Bojarskij B.V. *Annales Polonici Mathematici*. **1966**. Vol. 17. P. 281-320.
5. Monahov V.N. *Kraevye zadachi so svobodnymi granicami dlja jellipticheskikh sistem uravnenij*. *Nauka*, **1977**. 424 s.
6. Martynov N.I. *Doklady NAN RK*. **2010**. № 3, С.11-16.
7. Martynov N.I., Taukenova V.M., Shyngysova Sh.K. *Nauchnye trudy «Jedilet» Caspian social university*. **2011**, №2, S.168-172.
8. Chernyh K.F. *Nelinejnaja teorija uprugosti v mashinostroitel'nyh raschetah*. *Mashinostroenie*, **1986**, 336s.
9. Lehnickij S.G. *Teorija uprugosti anizotropnogo tela*. *Nauka*, **1977**. 415s.
10. Ostrosablin N.I. *PTMF*. **2010**, № 3-. S.94-106.
11. Bojarskij B.V. *DAN SSSR*. **1955**. T.102, № 4. S.661-664.
12. B. Bojarski. *Annales Academia Scientiarum Fennica Mathematica*. **2010**, v.35. p.59-73.

Н. И. Мартынов

БІРТЕКТІ ЕМЕС АНИЗОТРОПТЫҚ ОРТАНЫҢ ЖАЗЫҚ СЕРПІМДІЛІК ТЕОРИЯСЫНДАҒЫ
НАҚТЫ КОНФОРМДЫ БЕЙНЕЛЕУЛЕР

Кешенді формада қисық сызықты координаталар жүйесінде біртекті емес анизотроптық ортаның жазық серпімділік теориясының негізгі байланыстары келтіріледі. Статикалық шекаралық есеп үшін аумақты күштерді есепке алумен кернеулік функция енгізілген. Құрама біртекті емес анизотроптық серпімді орталар үшін Гук заңындағы кейбір серпімділік коэффициенттер функциясын барлық аймақта нөлге теңестіріп, зерттеуді ықшамдатуға мүмкіндік беретін нақты конформды бейнелеулер (Бельтрами теңдеулерінің гомеоморфизмдары) беріледі.

N. I. Martinov

QUASICONFORMAL MAPPINGS
IN THE PLANE ELASTICITY THEORY INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC MEDIA

The main relations of the flat theory of elasticity of the non-uniform anisotropic medium are given in curvilinear system of coordinates in a compact complex form. Tension function adjusted for volume forces is introduced for static boundary problems. Concrete quasiconformal mappings (homeomorphisms of the equations of Beltrami), allowing to null some elastic factor-functions in the region of Guk's law are given for compound non-uniform anisotropic elastic mediums. That allows to simplify further research.

A. V. ALEXEYEVA

(2+1)-DIMENSIONAL GENERALIZATIONS OF THE KORTEWEG-DE VRIES EQUATIONS

Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, г. Алматы

Multidimensional nonlinear soliton equations are an object of the intensive researches in recent years. They are universal mathematical models because they describe different physical situations. The author presents the method of the construction of new solidly two-dimensional soliton A1-A14 and AI-AXII equations on the given H1-H5 and HI-HIV bilinear forms. The A1-A14 and AI-AXII equations are (2+1)-dimensional generalizations of the Korteweg-de Vries equation. The H1-H5 and HI-HIV bilinear forms are (2+1)-dimensional generalizations of the classical bilinear form of Hirota.

I. Introduction. The classical Korteweg-de Vries equation or (1+1)-dimensional equations of KdV is called universal mathematical model [1-4]. It describes the different physical phenomena in various environments. In 1895 the equation of KdV appeared as the description of waves on water. In 1966 of Washimi M. and Taniuti T. deduced the equation of KdV studying poorly nonlinear ion-acoustic waves of compression in plasma. In 1969 of Gardner C.S. and Morikawa G.M. received the equation of KdV investigating weak hydromagnetic long waves in plasma.

The two-dimensional generalizations of the equation of KdV also possess the universality nature. For example, Kadomtsev-Petviashvili's equation was found for poorly nonlinear long waves in dispersing environments [5]. Tappert and Varma, and Narayanamurti and Varma received KP equation studying thermal impulses in firm bodies [6, 7]. Kako and Rowlands received KP equation for two-dimensional distribution ion-acoustic solitons [8].

Today we know that scientists study solitons in oceans (a tsunami, vortical solitons), in firm crystal bodies (a dislocation, domain walls), in magnetic materials (solitons in ferromagnetics, electromagnetic solitons), in fiber light guides (optical soliton, soliton networks), in the atmosphere of Earth and other planets (soliton Rossbi or a red spot of Jupiter), in galaxies (black holes), in live organisms (nervous impulses) and others. Therefore studying of multidimensional universal models such as the equation of KdV represents a great interest.

Later it was constructed the equation Veselov-Novikov as two-dimensional integrated expansion KdV equation [9]. Nizhnik L.P. proposed the spatial two-dimensional modified KdV equation [10]. The equation was constructed for a given pair of Lax or auxiliary of the linear system. Myrzakulov R. M. deduced (2+1)-dimensional complex mKdV equation from the spin UM-LXVII model.

In 2001, the author found (2+1)-, (3+1)-and (4+1)-dimensional KdV equations, different from the above listed models. In 2004, the author has formulated a method of constructing new multidimensional generalizations of the equation of KdV [11-15]. Higher hierarchies subsidiary linear systems for these equations were built. It proves the integrability of the equations and allows to solve them using a method of a return problem of dispersion [16-18]. In this article the author presents new (2+1)-dimensional analogues of the Korteweg-de Vries which were found by her over the years. Each equation is associated with a (2+1)-dimensional bilinear form, which allows to solve this equation using the Hirota's method.

II. Method of the construction of the (2+1)-dimensional soliton A1-A14 equations by the given (2+1)-dimensional H1-H5 bilinear forms. It is known that soliton equations have bilinear forms. We consider the (2+1)-dimensional bilinear form

$$(D_x D_t + D_x^m D_y^n)(\varphi \cdot \varphi) = 0, \quad (1)$$

Where $m + n = 4$, $m, n = \overline{0,4}$, $\varphi = \varphi(x, y, t)$ is an adequately smooth complex-valued function,

$$D_x D_t (\varphi \cdot \varphi) = 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t),$$

$$D_x^m D_y^n (\varphi \cdot \varphi) = (\partial_x - \partial_{x'})^m (\partial_y - \partial_{y'})^n \varphi(x, y, t) \varphi(x', y', t') \Big|_{x'=x, y'=y, t'=t}$$

The form (1) contains five (2+1)-dimensional bilinear form, which we call *the H1-H5 bilinear forms*.

The **H1 form** is $(D_x D_t + D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **H2 form** is $(D_x D_t + D_x^3 D_y)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **H3 form** is $(D_x D_t + D_x D_y^3)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **H4 form** is $(D_x D_t + D_y^4)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **H5 form** is $(D_x D_t + D_x^4)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

Theorem 1. The H1-H5 bilinear forms are complex solidly two-dimensional generalizations of the (1+1)-dimensional bilinear form of Hirota

$$(D_x D_t + D_x^4)(f \cdot f) = 0, \quad (2)$$

where $f = f(x, t)$ is an adequately smooth real function.

Proof. We show that a linear transformation

$$x = a_{11}x' + a_{12}y', \quad y = a_{21}x' + a_{22}y', \quad t = t' \quad (3)$$

Driving the H1-H5 bilinear forms into the bilinear form (2). We find the partial derivatives of the function $\varphi = \varphi(x, y, t)$ and take $\varphi = g(x', t')$, where $g = g(x', t')$ is an adequately smooth real function. Then $g_y = 0$. We put it into the H1-H5 bilinear forms. We obtain

$$\frac{a_{22}}{|A|} 2(g_{x't'}g - g_{x'}g_{t'}) + \frac{a_{22}^2 a_{12}^2}{|A|^4} 2(g_{x'x'x'x'}g - 4g_{x'x'x'}g_{x'} + 3g_{x'x'}^2) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{a_{22}}{|A|} 2(g_{x't'}g - g_{x'}g_{t'}) - \frac{a_{22}^3 a_{12}}{|A|^4} 2(g_{x'x'x'x'}g - 4g_{x'x'x'}g_{x'} + 3g_{x'x'}^2) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{a_{22}}{|A|} 2(g_{x't'}g - g_{x'}g_{t'}) - \frac{a_{22} a_{12}^3}{|A|^4} 2(g_{x'x'x'x'}g - 4g_{x'x'x'}g_{x'} + 3g_{x'x'}^2) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{a_{22}}{|A|} 2(g_{x't'}g - g_{x'}g_{t'}) + \frac{a_{12}^4}{|A|^4} 2(g_{x'x'x'x'}g - 4g_{x'x'x'}g_{x'} + 3g_{x'x'}^2) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{a_{22}}{|A|} 2(g_{x't'}g - g_{x'}g_{t'}) + \frac{a_{22}^4}{|A|^4} 2(g_{x'x'x'x'}g - 4g_{x'x'x'}g_{x'} + 3g_{x'x'}^2) = 0. \quad (8)$$

We compare the equations (4)-(8) with the bilinear form (2). We have $g = f$ and

$$\frac{a_{22}}{|A|} = \frac{a_{22}^2 a_{12}^2}{|A|^4} = 1, \quad \frac{a_{22}}{|A|} = -\frac{a_{22}^3 a_{12}}{|A|^4} = 1,$$

$$\frac{a_{22}}{|A|} = \frac{a_{22} a_{12}^3}{|A|^4} = 1, \quad \frac{a_{22}}{|A|} = -\frac{a_{12}^4}{|A|^4} = 1, \quad \frac{a_{22}}{|A|} = -\frac{a_{22}^4}{|A|^4} = 1,$$

where $|A| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$. Hence the H1 and H4 bilinear forms coincide with the bilinear form (2) in case of $a_{11} + a_{21} = 1$, $a_{22} + a_{12} = 1$ or $a_{11} - a_{21} = 1$, $a_{22} - a_{12} = 1$. The H2 and H3 bilinear forms coincide with the bilinear form (2) in case of $a_{11} + a_{21} = 1$, $a_{22} + a_{12} = 1$. The H5 bilinear form

coincide with the bilinear form (2) in case of $a_{22} = \frac{a_{12}a_{21}}{a_{11} - 1}$. The theorem 1 is proved.

We consider the (2+1)-dimensional nonlinear soliton equations, which we call *the A1-A14 equations*.

The **A1 equation** is $\psi_t + \psi_{xyy} + 2[\psi^2]_y + [UV]_y = 0$,

$$V_x = \psi_y, \quad U_y = \psi_x, \quad \psi = 2(\ln \varphi)_{xy}.$$

The **A2 equation** is $\psi_t + \psi_{xyy} + 3[\psi U]_y = 0$,

$$U_y = \psi_x, \quad \psi = 2(\ln \varphi)_{xy}.$$

- The *A3 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{yyy} + 3[\psi V]_y &= 0, \\ V_x = \psi_y, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xy}. \end{aligned}$$
- The *A4 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + V_{yyy} + 3[V^2]_y &= 0, \\ V_x = \psi_y, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xy}. \end{aligned}$$
- The *A5 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{xyy} + 2[V^2]_x + [\psi W]_x &= 0, \\ W_{xx} = \psi_{yy}, V_x = \psi_y, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xx}. \end{aligned}$$
- The *A6 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{xxy} + 3[\psi V]_x &= 0, \\ V_x = \psi_y, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xx}. \end{aligned}$$
- The *A7 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{yyy} + 3[VW]_x &= 0, \\ W_{xx} = \psi_{yy}, V_x = \psi_y, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xx}. \end{aligned}$$
- The *A8 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + W_{xyy} + 3[W^2]_x &= 0, \\ W_{xx} = \psi_{yy}, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xx}. \end{aligned}$$
- The *A9 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{xyy} + Q_{yy} &= 0, \\ Q_x = 2U^2 + \psi P, P_{yy} = \psi_{xx}, U_y = \psi_x, \psi &= 2(\ln \varphi)_{yy}. \end{aligned}$$
- The *A10 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{xxy} + 3F_{yy} &= 0, \\ F_x = PU, P_{yy} = \psi_{xx}, U_y = \psi_x, \psi &= 2(\ln \varphi)_{yy}. \end{aligned}$$
- The *A11 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{yyy} + 3M_{yy} &= 0, \\ M_x = \psi U, U_y = \psi_x, \psi &= 2(\ln \varphi)_{yy}. \end{aligned}$$
- The *A12 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + V_{yyy} + 3K_{yy} &= 0, \\ K_x = \psi^2, V_x = \psi_y, \psi &= 2(\ln \varphi)_{yy}. \end{aligned}$$
- The *A13 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{xxx} + 3[U^2]_y &= 0, \\ U_y = \psi_x, \psi &= 2(\ln \varphi)_{xy}. \end{aligned}$$
- The *A14 equation* is
$$\begin{aligned} \psi_t + \psi_{xxx} + 3B_{yy} &= 0, \\ B_x = P^2, P_{yy} = \psi_{xx}, \psi &= 2(\ln \varphi)_{yy}. \end{aligned}$$

Here $\psi = \psi(x, y, t)$, $\varphi = \varphi(x, y, t)$ are adequately smooth complex-valued functions,

$$\ln \varphi = |\varphi| + i \arg \varphi, \quad -\pi < \arg \varphi \leq \pi.$$

Theorem 2. The A1-A14 equations are a complex solidly two-dimensional generalization of the Korteweg-de Vries equation

$$u_t + u_{xxx} + 6uu_x = 0, \quad (9)$$

where $u = 2(\ln f)_{xx}$, $u = u(x, t)$, $f = f(x, t)$ are adequately smooth real functions.

Proof. We demonstrate that a linear transformation (3) driving the A1-A14 equations into the Korteweg-de Vries equation (9). We find partial derivatives of the functions $\psi = \psi(x, y, t)$, $U = U(x, y, t)$, $V = V(x, y, t)$, $W = W(x, y, t)$, $Q = Q(x, y, t)$, $P = P(x, y, t)$, $F = F(x, y, t)$, $M = M(x, y, t)$, $K = K(x, y, t)$, $B = B(x, y, t)$ and take $\psi = v(x', t')$, $U = U^*(x', t')$, $V = V^*(x', t')$, $W = W^*(x', t')$, $Q = Q^*(x', t')$, $P = P^*(x', t')$, $F = F^*(x', t')$, $M = M^*(x', t')$, $K = K^*(x', t')$, $B = B^*(x', t')$, where $v, U^*, V^*, W^*, Q^*, P^*, F^*, M^*, K^*, B^*$ are adequately smooth real functions. Then $v_{y'} = U_{y'}^* = V_{y'}^* = W_{y'}^* = Q_{y'}^* =$

$P_{y'}^* = F_{y'}^* = M_{y'}^* = K_{y'}^* = B_{y'}^* = 0$. We put them into the A1-A14 equations. We obtain the Korteweg-de Vries equation (9) in case of $v = u$ and

$$\begin{aligned} \frac{a_{12}^2 a_{22}}{|A|^3} = -\frac{a_{12}}{|A|} = 1, \quad -\frac{a_{12} a_{22}^2}{|A|^3} = \frac{a_{22}}{|A|} = 1, \quad -\frac{a_{12}^3}{|A|^3} = \frac{a_{12}^2}{|A| a_{22}} = 1, \quad \frac{a_{12}^4}{|A|^3 a_{22}} = -\frac{a_{12}^3}{|A| a_{22}^2} = 1, \\ \frac{a_{12}^2 a_{22}}{|A|^3} = \frac{a_{12}^2}{|A| a_{22}} = 1, \quad -\frac{a_{12} a_{22}^2}{|A|^3} = -\frac{a_{12}}{|A|} = 1, \quad -\frac{a_{12}^3}{|A|^3} = -\frac{a_{12}^2}{|A| a_{22}^2} = -\frac{a_{12}^3}{a_{22}^3} = 1, \quad \frac{a_{12}^4}{|A|^3 a_{22}} = \frac{a_{12}^4}{|A| a_{22}^3} = 1, \\ \frac{a_{12}^2 a_{22}}{|A|^3} = \frac{a_{22}}{|A|} = 1, \quad -\frac{a_{12} a_{22}^2}{|A|^3} = -\frac{a_{22}^2}{|A| a_{12}} = 1, \quad -\frac{a_{12}^3}{|A|^3} = -\frac{a_{12}}{|A|} = 1, \quad \frac{a_{12}^4}{|A|^3 a_{22}} = \frac{a_{12}^2}{|A| a_{22}} = 1, \\ \frac{a_{22}^3}{|A|^3} = -\frac{a_{22}^2}{|A| a_{12}} = 1, \quad \frac{a_{22}^3}{|A|^3} = \frac{a_{22}^3}{|A| a_{12}^2} = 1. \end{aligned}$$

Hence the A1-A3, A7 and A13 equations coincide with the Korteweg-de Vries equation (9) in case of $a_{11} + a_{21} = 1$, $a_{22} + a_{12} = 1$. The A4-A6, A8-A10, A12 and A14 equations coincide with the equation (9) in case of $a_{11} + a_{21} = 1$, $a_{22} + a_{12} = 1$ or $a_{11} - a_{21} = 1$, $a_{22} - a_{12} = 1$. The A11 equation coincide with the equation (9) in case of $a_{12} = \frac{a_{11} a_{22}}{a_{21} - 1}$. The theorem 2 is proved.

Theorem 3. The A1-A14 equations are presented in the form of the H1-H5 bilinear forms. And conversely, the H1-H5 bilinear forms are presented in the form of the A1-A14 equations.

Proof. Necessity. We put $\psi = \psi(x, y, t)$ into the A1-A14 equations. We obtain

$$\begin{aligned} 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{xyy} \varphi - 2\varphi_{xy} \varphi_y + \varphi_{xx} \varphi_{yy} - 2\varphi_{yy} \varphi_x + 2\varphi_{xy}^2) \varphi^{-2} = 0, \\ 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{xxy} \varphi - 2\varphi_{xx} \varphi_y + 3\varphi_{xx} \varphi_{xy} - 3\varphi_{xy} \varphi_x) \varphi^{-2} = 0, \\ 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{yyy} \varphi - 2\varphi_{yy} \varphi_x - 3\varphi_{xy} \varphi_y + 3\varphi_{yy} \varphi_{xy}) \varphi^{-2} = 0, \\ 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{yyy} \varphi - 4\varphi_{yy} \varphi_y + 3\varphi_{yy}^2) \varphi^{-2} = 0, \\ 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{xxx} \varphi - 4\varphi_{xx} \varphi_x + 3\varphi_{xx}^2) \varphi^{-2} = 0. \end{aligned}$$

Here $\varphi = \varphi(x, y, t)$ is an adequately smooth complex-valued function. Hence the A1, A5, A9 equations give the H1 bilinear form. The A2, A6, A10 equations give the H2 bilinear form. The A3, A7, A11 equations give the H3 bilinear form. The A4, A8, A12 equations give the H4 bilinear form. The A13, A14 equations give the H5 bilinear form.

Adequacy. We consider the bilinear form (1). We will write down the equation (1) in the form

$$2\partial_x \partial_t (\ln \varphi) + 2\partial_x^m \partial_y^n (\ln \varphi) + G = 0, \quad (10)$$

where $G = G(x, y, t)$ is an adequately smooth complex-valued function. We take the derivatives of the equation (10) $k-1$ by x and l by y . We obtain

$$\partial_t [2\partial_x^k \partial_y^l (\ln \varphi)] + \partial_x^{m-1} \partial_y^n [2\partial_x^k \partial_y^l (\ln \varphi)] + \partial_x^k \partial_y^l [\partial_x^{-1} G] = 0, \quad (11)$$

We take $\psi = 2\partial_x^k \partial_y^l (\ln \varphi)$, where $k+l=2$, $k, l = \overline{0, 2}$, $\psi = \psi(x, y, t)$, $\varphi = \varphi(x, y, t)$ are adequately smooth complex-valued functions. Then from (11) we have

$$\partial_t \psi + \partial_x^{m-1} \partial_y^n \psi + \partial_x^k \partial_y^l \Phi = 0, \quad (12)$$

where $\Phi_x = G$, $\Phi = \Phi(x, y, t)$ is an adequately smooth complex-valued function. The equation (12) contains the A1-A14 equations. The theorem 2 is proved.

III. Conclusion. We presented the method of the construction of new solidly two-dimensional soliton A1-A14 equations on the given H1-H5 bilinear forms. We showed that the A1-A14 equations are (2+1)-dimensional generalizations of the Korteweg-de Vries equation and the H1-H5 bilinear forms are (2+1)-dimensional generalizations of the classical bilinear form of Hirota.

Similarly it is possible to construct the AI-AXII equations on the given the HI-HIV bilinear forms.

The **HI form** is $(D_t D_x + D_x^4 + 4D_x^3 D_y + 3D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **HII form** is $(D_t D_x + D_x^4 + 4D_x D_y^3 + 3D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **HIH form** is $(D_t D_x + D_y^4 + 4D_x^3 D_y + 3D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **HIV form** is $(D_t D_x + D_y^4 + 4D_x D_y^3 + 3D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0$.

The **AI equation** is $\psi_t + \psi_{xxx} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 6\psi\psi_x + 12UU_x + 12[\psi U]_x + 3[\psi V]_x = 0$,

$$U_x = \psi_y, V_{xx} = \psi_{yy}, \psi = 2(\ln \varphi)_{xx}.$$

The **AII equation** is $\psi_t + \psi_{xxx} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 6\psi\psi_y + 3VV_y + 12[\psi V]_y + 3[UV]_y = 0$,

$$U_x = \psi_y, V_y = \psi_x, \psi = 2(\ln \varphi)_{xy}.$$

The **AIII equation** is $\psi_t + \psi_{xxx} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 3V_{yy} + 12F_{yy} + 3W_{yy} = 0$,

$$V_x = P^2, F_x = PQ, W_x = 2Q^2 + \psi P, Q_y = \psi_x, P_{yy} = \psi_{xx}, \psi = 2(\ln \varphi)_{yy}.$$

The **AIV equation** is

$$\psi_t + \psi_{xxx} + 4\psi_{yyy} + 3\psi_{xyy} + 6\psi\psi_x + 12UU_x + 12[UV]_x + 3[\psi V]_x = 0,$$

$$U_x = \psi_y, V_{xx} = \psi_{yy}, \psi = 2(\ln \varphi)_{xx}.$$

The **AV equation** is

$$\psi_t + \psi_{xxx} + 4\psi_{yyy} + 3\psi_{xyy} + 6UU_y + 12[\psi V]_y + 12\psi\psi_y + 3[UV]_y = 0,$$

$$V_x = \psi_y, U_y = \psi_x, \psi = 2(\ln \varphi)_{xy}.$$

The **AVI equation** is $\psi_t + \psi_{xxx} + 4\psi_{yyy} + 3\psi_{xyy} + 3V_{yy} + 12\Phi_{yy} + 3W_{yy} = 0$,

$$V_x = P^2, \Phi_x = \psi Q, W_x = 2Q^2 + \psi P, Q_y = \psi_x, P_{yy} = \psi_{xx}, \psi = 2(\ln \varphi)_{yy}.$$

The **AVII equation** is

$$\psi_t + N_{xyy} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 6NN_x + 12VV_x + 12[\psi V]_x + 3[\psi N]_x = 0,$$

$$V_x = \psi_y, N_{xx} = \psi_{yy}, \psi = 2(\ln \varphi)_{xx}.$$

The **AVIII equation** is

$$\psi_t + V_{yyy} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 6VV_y + 12\psi\psi_y + 12[\psi U]_y + 3[UV]_y = 0,$$

$$V_x = \psi_y, U_y = \psi_x, \psi = 2(\ln \varphi)_{xy}.$$

The **AIX equation** is $\psi_t + L_{yyy} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 3K_{yy} + 12F_{yy} + 3W_{yy} = 0$,

$$K_x = \psi^2, F_x = PQ, W_x = 2Q^2 + \psi P, L_x = \psi_y, Q_y = \psi_x, P_{yy} = \psi_{xx}, \psi = 2(\ln \varphi)_{yy}.$$

The **AX equation** is

$$\psi_t + V_{xyy} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 6VV_x + 12UU_x + 12[UV]_x + 3[\psi V]_x = 0,$$

$$U_x = \psi_y, V_{xx} = \psi_{yy}, \psi = 2(\ln \varphi)_{xx}.$$

The **AXI equation** is

$$\psi_t + V_{yyy} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 6VV_y + 12\psi\psi_y + 12[\psi V]_y + 3[UV]_y = 0,$$

$$V_x = \psi_y, U_y = \psi_x, \psi = 2(\ln \varphi)_{xy}.$$

The **AXII equation** is $\psi_t + L_{yyy} + 4\psi_{xyy} + 3\psi_{xyy} + 3K_{yy} + 12\Phi_{yy} + 3W_{yy} = 0$,

$$K_x = \psi^2, \Phi_x = \psi Q, W_x = 2Q^2 + \psi P, L_x = \psi_y, Q_y = \psi_x, P_{yy} = \psi_{xx}, \psi = 2(\ln \varphi)_{yy}.$$

Here $\psi = \psi(x, y, t)$, $\varphi = \varphi(x, y, t)$ are adequately smooth complex-valued functions,

$$\ln \varphi = |\varphi| + i \arg \varphi, -\pi < \arg \varphi \leq \pi.$$

Thus the AI, AII, AIII equations give the HI bilinear form. The AIV, AV, AVI equations give the HII bilinear form. The AVII, AVIII, AIX equations give the HIII bilinear form. The AX, AXI, AXII equations give the HIV bilinear form.

Similarly the author constructed the (3+1)-and (4+1)-dimensional KdV equations on the given the multidimensional bilinear forms.

For each equation pair Lax or auxiliary linear system is constructed. It proves the integrability of the equation and allows to solve the equation using a method of a return problem of dispersion.

The bilinear form allows to find soliton solutions of the equation, using Hirota's method.

REFERENCES

1. *Dodd R., Albek J., Gibbon J., Moris H.* Solitons and nonlinear wave equations. – M., 1988. – 684 p.
2. *Ablovits M., Sigur H.* Solitons and a method of a return problem of dispersion. – M., 1987. – 477 p.
3. *Takhtajan L.A., Faddeyev L.D.* Hamilton an approach in the theory of solitons. – M., 1986. – 527 p.
4. *Novikov S.P.* Theory of solitons. Method of a return problem of dispersion. – M., 1980. – 319 p.
5. *Kadomtsev B.B., Petviashvili V.I.* About stability of lonely waves in the environment with weak dispersion // RAS USSR. – 1970. – 192. – P. 753-756.
6. *Tappert F., Varma C.M.* Asymptotic theory of self-trapping of heat pulses in solids // Phys. Rev. Lett. – 1970. – 25. – P. 1108-1111.
7. *Narayanamurti V., Varma C.M.* Nonlinear propagation of heat pulses in solids // Phys. Rev. Lett. – 1970. – 25. – P. 1105-1108.
8. *Kako M., Rowlands G.* Two dimensional stability of ion acoustic solitons // Plasma Physics. – 1976. – 18. – P. 165-170.
9. *Veselov A.P., Novikov S.P.* Schrödinger's finite-value two-dimensional potential operators // Obvious formulas and evolutionary equations. – RAS USSR. – 1984. – 279. – P. 20.
10. *Nizhnik L.P.* Return problems of dispersion for the hyperbolic equations. – Kiev, 1991. – 232 p.
11. *Borzykh A.V.* Soliton solutions of the (2+1)-dimensional Korteweg-de Vries equation // Report of MES RK. – 2001. – № 6. – P. 5-11.
12. *Borzykh A.V.* Multidimensional Korteweg-de Vries equations and their bilinear forms // Mathematical journal. – 2002. – V. 2, № 2. – P. 51-56.
13. *Borzykh A.V.* Multidimensional Korteweg-de Vries models // Mathematical journal. – 2002. – V. 2, N 3. – P. 95-96.
14. *Borzykh A.V.* Bilinear form of the (3+1)-dimensional Korteweg-de Vries model // Bulletin of MES RK. – 2002. – № 4. – P. 5-10.
15. *Borzykh A.V.* Bilinear form of the (4+1)-dimensional Korteweg-de Vries model // Information of MES RK. Series of the physicist mathematical. – 2003. – № 1. – P. 13-18.
16. *Alexeyeva A.V.* (4+1)-dimensional Korteweg-de Vries model and its integrability // Report of MES RK. – 2004. – № 4. – P. 9-13.
17. *Alexeyeva A.V.* (3+1)-dimensional Korteweg-de Vries model and its integrability // Information of MES RK. Series of the physicist mathematical. – 2005. – № 5. – P. 87-94.
18. *Alexeyeva A.V.* (2+1)-dimensional Korteweg-de Vries model and its integrability // Bulletin of MES RK. – 2006. – № 3. – P. 12-15.

A. B. Алексеева

КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗДІҢ (2+1)-ӨЛШЕМДІ ТАЛДАП ҚОРЫТЫЛҒАН ТЕНДЕУЛЕРІ

Көпөлшемді сызықты емес солитондық теңдеулер соңғы жылдары қарқынды зерттеулердің нысанына айналды. Олар әмбебап математикалық үлгілер болып табылады, себебі олар әртүрлі физикалық ахуалдарды бейнелейді. Автор берілген қоссызықты H1–H5 және HI–HIV формасына A1–A14 және AI–AIII жаңа кеңістікті екіөлшемді солитонды теңдеулерін құру әдісін ұсынады. A1–A14 және AI–AIII теңдеулері Кортега-де Фриз теңдеулерінің (2+1)-өлшемді талдап қорытылған теңдеулер болса, ал қоссызықты H1–H5 және HI–HIV формалары Хирото классикалық қоссызықты формасының (2+1)-өлшемді қорытылған формасы болып табылады.

A. V. Alekseeva

(2 +1)-DIMENSIONAL GENERALIZATIONS OF THE KORTEWEG-DE VRIES

Multidimensional nonlinear soliton equations are the subject of intense research in recent years. They are universal mathematical models because they describe different physical situations. The author presents a method of constructing new space of two-dimensional soliton equations A1-A14 and AI-AXII and defines a bilinear form H1-H5 and HI-HIV. Equations A1-A14 and AI-AXII are (2 +1)-dimensional generalization of the Korteweg-de Vries equation. Bilinear form H1-H5 and HI-HIV are (2 +1)-dimensional generalization of the classical Hirota bilinear form.

А. М. АЛИМЖАНОВ

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ЗАПРЕДЕЛЬНО ДЕФОРМИРУЕМОГО МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ДЛЯ РАСЧЕТА НДС ПОРОД ПРИКОНТУРНОЙ ЗОНЫ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

Институт механики и машиноведения им. академика С. У. Джолдасбекова, г. Алматы

Рассмотрена нелинейная модель запредельно деформируемого массива горных пород вокруг подземных сооружений, включающая 1) модифицированное условие прочности Кулона-Мора, содержащее функцию, нелинейно связывающую параметр прочности породы с компонентами неупругих деформаций и деформационными критериями прочности на запредельных стадиях и 2) дилатационную зависимость, связывающую необратимую объемную деформацию с наибольшей главной деформацией. Данная модель может служить основой для расчета НДС пород приконтурной зоны подземных выработок при запредельном деформировании массива горных пород. На базе разработанной модели решена осесимметричная задача для круговой цилиндрической выработки в постановке плоской деформации.

Введение. Задача определения напряженно-деформированного состояния (НДС) горных пород вокруг подземных выработок является одной из важнейших в горнорудной отрасли. В различных постановках эта задача рассматривалась во многих работах. Можно выделить два направления развития исследований данной задачи. Первое направление связано с решением задачи в рамках классических моделей деформируемых сред с более точным учетом статических, геометрических или кинематических граничных условий: это переход от осесимметрических задач к двумерным и пространственным [1, 2], рассмотрение контуров выработок некруговых форм [3, 4], учет реальных условий нагружения на контуре [5, 6] и т.д. Второе направление связано с разработкой новых моделей деформируемых сред, более точно учитывающих реальные свойства материала [7-13]. Это направление особенно важно для глубоких подземных сооружений, когда горное давление становится сравнимым с прочностью горных пород.

Одним из вариантов этого направления является модель запредельно деформируемого массива горных пород вокруг подземных выработок. На больших глубинах вокруг выработок образуется зона запредельного деформирования пород. Запредельные характеристики связаны со свойством горных пород по мере роста деформаций снижать свою несущую способность после достижения предела прочности. Закономерности деформирования горных пород за пределом прочности с учетом возникающих при этом процессов разупрочнения, разрыхления пород и их последующего разрушения исследовались в различных работах [7-12]. В работах М. Т. Алимжанова [7-9] задача разупрочнения приводилась к эквивалентной задаче теории предельного состояния для неоднородной среды. Для учета эффектов разупрочнения (снижения прочностных свойств) пород приконтурной зоны принималась функция прочности с прочностными характеристиками материала σ_s , зависящими от непрерывных и дифференцируемых функций координат x_i ($i \leq 3$) и параметров нагружения χ_j , устанавливающих зависимость прочностных свойств от граничных условий: $f(\sigma_{ij}, \sigma_s(x_i, \chi_j)) = 0$. В работах [10, 11] для анализа процессов запредельного деформирования вокруг выработок рассматривалась кусочно-линейная модель разупрочнения на основании полной диаграммы главных компонент «напряжение-деформация» $\sigma_1 - \varepsilon_1$ на объемное сжатие; в работе [11] предлагался нелинейный вариант учета разупрочнения «напряжение-деформация сдвига» $\sigma_1 - \gamma_{13}$ с его распространением на стадию остаточной прочности. Согласно экспериментальным данным [13] модель запредельно деформируемого массива горных пород вокруг подземных выработок является достаточно сложной, так как она должна отражать нелинейный характер деформирования на запредельной стадии и линейный характер деформирования на стадии остаточной прочности. Кроме того, рассматриваемая среда имеет падающий участок на диаграмме $\sigma_1 - \varepsilon_1$, не удовлетворяющий постулату устойчивости Друккера [14], вследствие чего оказываются несправедливыми соотношения ассоциированного закона пластического деформирования, обычно используемые при нахождении деформированного состояния в предельных зонах.

Основные положения и соотношения модели запредельно деформируемого массива горных пород. В настоящей работе в рамках второго направления исследований задачи рассматривается модель запредельно деформируемого массива со следующими основными положениями и соотношениями:

1) Прочностные характеристики массива σ_s в зоне неупругих деформаций (ЗНД) являются непрерывными и дифференцируемыми функциями компонент неупругих деформаций ε_{ii}^p и деформационных критериев прочности ε_s (вид этих функций в запредельных зонах устанавливается исходя из имеющихся диаграмм на объемное сжатие)

$$\sigma_s = \sigma_s(\varepsilon_{ii}^p, \varepsilon_s). \quad (1)$$

2) Запредельное деформирование описывается модифицированным условием прочности f (изотермическое квазистатическое нагружение), содержащим компоненты ε_{ii}^p и критерии ε_s

$$f(\sigma_{ij}, \sigma_s(\varepsilon_{ii}^p, \varepsilon_s)) = 0. \quad (2)$$

3) В упругой области справедлив обобщенный закон Гука вида

$$\varepsilon_{(ij)} = \frac{1}{E} \left((1 + \mu) \sigma_{(ij)} - \mu \delta_{ij} \sigma_{(kk)} \right), \quad (3)$$

где $\sigma_{(ij)}$ и $\varepsilon_{(ij)}$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций; E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; δ_{ij} – символ Кронекера.

4) Имеют место дополнительные геометрические уравнения в зонах запредельного деформирования для нахождения в них деформированного состояния на основе имеющихся диаграмм.

5) Имеют место уравнения равновесия и совместности деформаций

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]. \quad (4)$$

Первое предположение позволяет решать задачу аналитическими методами, а второе–пятое – моделируют запредельно деформируемый массив с помощью статических, геометрических и физических уравнений.

Общая система уравнений запредельного деформирования состоит из уравнений равновесия и совместности деформаций, дополнительных геометрических уравнений, а также физических уравнений, связывающих главные компоненты тензоров напряжений и деформаций на основе результатов испытаний пород на жестких установках в условиях объемного сжатия, включая условие соосности тензоров напряжений и деформаций. Решение указанной системы сопряжено с серьезными трудностями. В связи с этим, представляет интерес рассмотрение некоторых частных случаев.

Рассмотрим широко используемый при расчете НДС протяженных подземных сооружений случай плоской деформации, при котором компоненты главных деформаций таковы $\varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_3 \neq 0, \varepsilon_2 = 0$.

На допредельной (упругой) стадии деформирования (возрастающий линейный участок диаграммы $\sigma_1 - \varepsilon_1$) имеют место соотношения закона Гука (3), записанные в случае плоской деформации через главные компоненты

$$\varepsilon_{(3)} = \frac{1}{E_*} (\sigma_{(3)} - \mu_* \sigma_{(1)}), \quad \varepsilon_{(1)} = \frac{1}{E_*} (\sigma_{(1)} - \mu_* \sigma_{(3)}), \quad (5)$$

где $\sigma_{(1)}, \sigma_{(3)}$ – главные напряжения; $\varepsilon_{(1)}$ – наибольшая главная деформация $E_* = E/(1 - \mu^2)$, $\mu_* = \mu/(1 - \mu)$.

Здесь и далее все компоненты НДС в упругой зоне обозначены круглыми скобками у индексов, в зоне разупрочнения II – квадратными скобками у индексов, а в зоне разрушения I – треугольными скобками у индексов.

В качестве условия (2) используем условие прочности Кулона-Мора для материала с внутренним трением и сцеплением (соответствующего уравнению прямолинейной огибающей кругов Мора):

$$\max\{\tau_n - (\sigma_n + H)\operatorname{tg}\varphi\} = 0, \quad (6)$$

где σ_n , τ_n – соответственно нормальное и касательное напряжения на произвольной площадке; H – параметр, характеризующий положение огибающей; φ – угол внутреннего трения (принимается постоянным).

В зоне разупрочнения II, где снижение прочностных свойств сопровождается пластическим разрыхлением, нами предлагается модифицированное условие прочности Кулона-Мора вида (6), записанное через компоненты главных напряжений и деформаций в рассматриваемой постановке

$$\sigma_{[1]} - \alpha_1 \sigma_{[3]} = \alpha_2 H(\varepsilon_{[1]}), \quad (7)$$

где $\sigma_{[1]}$, $\sigma_{[3]}$ – главные напряжения; $\varepsilon_{[1]}$ – наибольшая главная деформация, $\alpha_1 = (1 + \sin \varphi)/(1 - \sin \varphi)$, $\alpha_2 = 2 \sin \varphi/(1 - \sin \varphi)$; φ – угол внутреннего трения породы, H – переменный параметр прочности вида $H = H(\varepsilon_{[1]})$.

В настоящей работе предлагается вариант учета нелинейного характера запредельного деформирования и линейного характера деформирования на стадии остаточной прочности горных пород, хорошо аппроксимирующий реальные диаграммы $\sigma_1 - \varepsilon_1$ и четко разделяющий эти две стадии. На запредельной стадии он представляет собой функцию разупрочнения прочностного параметра H вида $H = H(\varepsilon_{[1]}) = H(\varepsilon_{[1]}, \varepsilon_c, \varepsilon_p, n)$.

Данная функция записывается следующим образом:

$$H(\varepsilon_{[1]}) = H(\varepsilon_{[1]}, \varepsilon_c, \varepsilon_p, n) = H_c + (H_p - H_c) \frac{\varepsilon_{[1]}^n - \varepsilon_c^n}{\varepsilon_p^n - \varepsilon_c^n}. \quad (8)$$

Здесь H_c – максимальное значение H на границе зоны разупрочнения II; H_p – остаточное (минимальное) значение H на границе зоны разрушения I; ε_c – предельное значение главной деформации $\varepsilon_{[1]}$ на границе II, соответствующее переходу породы из допредельного в запредельное деформирование (эквивалентно максимальному значению упругой деформации $\varepsilon_{(1)}$); ε_p – значение главной деформации $\varepsilon_{[1]}$ на границе раздела I и II, соответствующее переходу породы в разрушенное состояние с параметром H_p , n – показатель разупрочнения.

Показатель разупрочнения n с достаточной точностью учитывает нелинейный характер деформирования в зоне разупрочнения. Графики функции (8) представляют собой семейство монотонно убывающих выпуклых или вогнутых кривых. Значение $n = 0$ соответствует случаю идеально хрупкого деформирования породы, а значение $n \rightarrow \infty$ – случаю идеально пластического деформирования породы. Все остальные значения $0 < n < \infty$ соответствуют запредельному деформированию в зоне II.

При $\varepsilon_{[1]} = \varepsilon_c$ функция $H(\varepsilon_{[1]}) = H_c$; при $\varepsilon_{[1]} = \varepsilon_p$ функция $H(\varepsilon_{[1]}) = H_p$. Функция $H(\varepsilon_{[1]})$ (8) в (7) характеризует заданную диаграмму деформирования породы $\sigma_1 - \varepsilon_1$ на запредельной стадии от H_c до H_p . Все параметры функции (8) H_c , H_p , $\varepsilon_{[1]}$, ε_c , ε_p , n определяются из полной диаграммы испытания породы на объемное сжатие [11,13].

Введем величины $\sigma_c = \alpha_2 H_c + \alpha_1 \sigma_3$ и $\sigma_p = \alpha_2 H_p + \alpha_1 \sigma_3$ для прочности породы на объемное сжатие на разных стадиях диаграммы $\sigma_1 - \varepsilon_1$ (в случае одноосного сжатия диаграмма $\sigma_1 - \varepsilon_1$ будет аналогичной, но с меньшими значениями прочности: $\sigma_{oc} = \alpha_2 H_c$ и $\sigma_{op} = \alpha_2 H_p$).

Во всех линейных или кусочно-линейных моделях запредельного деформирования используется модуль спада M , который характеризует процессы разрыхления и разупрочнения пород. Из наших формул (7) и (8) модуль M может быть выделен при $n = 1$ (линейная аппроксимация): $M = \alpha_2 \cdot (H_c - H_p)/(\varepsilon_p - \varepsilon_c)$. На запредельной стадии породы характеризуются также коэф-

фициентом поперечной деформации $\beta = \left| \varepsilon_{[3]}^p / \varepsilon_{[1]}^p \right|$, $\varepsilon_{[1]}^p = \varepsilon_{[1]} - \varepsilon_c$ (обозначен символом β в отличие от коэффициента Пуассона μ , соответствующего допредельной стадии деформирования). Согласно экспериментальным данным [11], модуль спада M и коэффициент β принимаются постоянными ($M, \beta = \text{const}$) в широком диапазоне действующих нагрузок и для широкого класса горных пород.

Дополнительное соотношение в зоне разупрочнения II связывает продольные и поперечные компоненты запредельных деформаций $\varepsilon_{[1]}^p$ и $\varepsilon_{[3]}^p$

$$\varepsilon_{[3]}^p + \beta\varepsilon_{[1]}^p = 0. \quad (9)$$

Зависимость (9) можно выразить через необратимую объемную деформацию Θ в виде $\Theta = \varepsilon_{[1]}^p(1 - \beta)$.

Функция (8) в условии (7) позволяет распространить условие Кулона-Мора на стадию остаточной прочности горных пород. Такой подход допустим при условии, когда действующие напряжения в процессе деформирования не выходят за область сжатия.

В зоне разрушения I имеют место линейный характер деформирования пород и условие прочности Кулона-Мора, записанное через компоненты главных напряжений в рассматриваемой постановке

$$\sigma_{\langle 1 \rangle} - \alpha_1 \sigma_{\langle 3 \rangle} = \alpha_2 H_p, \quad (10)$$

где $\alpha_2 H_p$ – величина, имеющая смысл остаточной прочности породы.

Условие (10) на диаграмме $\sigma_1 - \varepsilon_1$ в условиях объемного сжатия представляет собой горизонтальную прямую $\sigma_p = \alpha_2 H_p + \alpha_1 \sigma_{\langle 3 \rangle} = const$.

В качестве дополнительного соотношения в зоне разрушения I имеет место условие максимальной положительной дилатансии разрушенного материала без нарушения сплошности массива

$$\varepsilon_{\langle 1 \rangle}^p + \varepsilon_{\langle 3 \rangle}^p = \Theta^*, \quad (11)$$

где $\varepsilon_{\langle 1 \rangle}^p$ и $\varepsilon_{\langle 3 \rangle}^p$ – компоненты деформаций в зоне разрушения, $\Theta^* = const$ – максимальная величина Θ в зоне разрушения.

Диаграмма $\Theta - \varepsilon_1$, связывающая объемную деформацию Θ с наибольшей главной деформацией ε_1 , основана на результатах испытаний различных горных пород. На допредельной стадии график $\Theta - \varepsilon_1$ совпадает с осью ε_1 (предполагается, что массив в упругой стадии несжимаем и объемная упругая деформация $\Theta_c = 0$); на запредельной стадии он представляет собой наклонную линию с углом наклона $\gamma = \text{arctg}(1 - \beta)$ и характеризует положительную дилатансию материала; на стадии остаточной прочности график параллелен оси ε_1 и характеризует максимальную положительную дилатансию со значением Θ^* . Дилатансионная зависимость $\Theta - \varepsilon_1$ призвана заменить не используемые соотношения ассоциированного закона пластического деформирования.

Две совмещенные диаграммы $\sigma_1 - \varepsilon_1$ и $\Theta - \varepsilon_1$ на рис. 1 характеризуют нелинейную модель запредельно деформируемого массива горных пород и служат основой для расчета НДС пород приствольной зоны содержащихся в массиве подземных выработок.

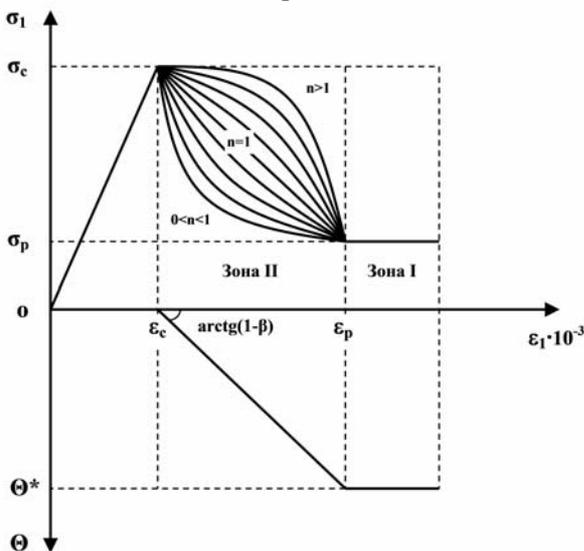
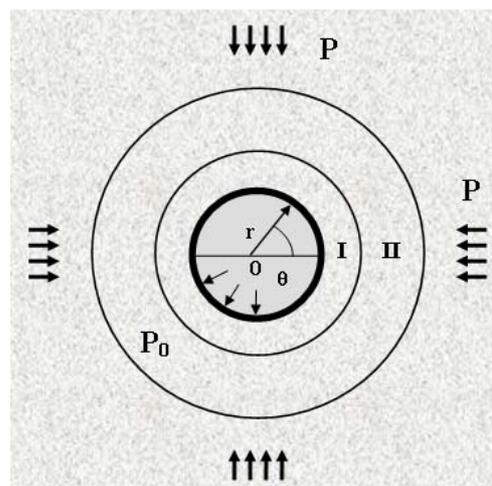


Рис. 1. Совмещенные диаграммы $\sigma_1 - \varepsilon_1$ и $\Theta - \varepsilon_1$ нелинейной модели запредельно деформируемого массива горных пород вокруг подземных выработок: зона I – стадия остаточной прочности породы; зона II – стадия запредельного деформирования породы

Осесимметричная задача для запредельно деформируемого массива горных пород с круговой цилиндрической выработкой. Рассмотрим в качестве примера осесимметричную задачу теории запредельного деформирования в постановке плоской деформации для круговой цилиндрической выработки.

Задача решается в безразмерных полярных координатах r, θ , где все величины с размерностью длины отнесены к радиусу выработки (следовательно, радиус выработки $r = 1$). Массив горных пород с круговой цилиндрической выработкой моделируется невесомой плоскостью с круговым отверстием; при этом на бесконечности действуют сжимающие гидростатические усилия P , а по контуру выработки действует равномерное давление отпора крепи P_0 (рис. 2).

Рис. 2. Расчетная схема к определению НДС пород приконтурной зоны круговой цилиндрической выработкой в запредельно деформируемом массиве горных пород в условиях геостатики



Тогда граничные условия (условия геостатики) записываются следующим образом

$$\sigma_r = P_0 \text{ при } r = 1, \quad (12)$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = P \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (13)$$

Действующие нагрузки таковы, что вокруг выработки образуется полностью охватывающая ее зона неупругих деформаций (ЗНД). В области упругих деформаций справедлив обобщенный закон Гука, а в ЗНД формируются две последовательно охватывающие друг друга зоны: зона разупрочнения (зона II), и непосредственно примыкающая к контуру полости зона разрушения (зона I), в которых справедлива принятая ранее модель запредельно деформируемого массива горных пород (рис. 2).

На границах раздела зон вокруг выработки имеют место условия сопряжения радиальных компонент напряжений и перемещений (большие квадратные скобки означают скачок указанной величины на переходе через границы раздела зон):

$$[\sigma_r] = [u_r] = 0 \text{ при } r = r_p, r = r_s \quad (14)$$

Уравнения равновесия и совместности деформаций, а также соотношения (5), (7)–(11) в условиях данной задачи представимы в виде

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0, \quad (15)$$

$$\varepsilon_{(r)} = \frac{1}{E_*}(\sigma_{(r)} - \mu_*\sigma_{(\theta)}), \quad \varepsilon_{(\theta)} = \frac{1}{E_*}(\sigma_{(\theta)} - \mu_*\sigma_{(r)})$$

$$\sigma_{[\theta]} - \alpha_1\sigma_{[r]} = \alpha_2 H(\varepsilon_{[\theta]}), \quad H(\varepsilon_{[\theta]}, \varepsilon_c, \varepsilon_p, n) = H_c + (H_p - H_c) \frac{\varepsilon_{[\theta]}^n - \varepsilon_c^n}{\varepsilon_p^n - \varepsilon_c^n},$$

$$\varepsilon_{[r]}^p + \beta\varepsilon_{[\theta]}^p = 0, \quad \sigma_{\langle\theta\rangle} - \alpha_1\sigma_{\langle r\rangle} = \alpha_2 H_p, \quad \varepsilon_{\langle r\rangle}^p + \varepsilon_{\langle\theta\rangle}^p = \Theta^*$$

Для решения задачи необходимо привлечь еще два условия: условие перехода породы в состояние остаточной прочности на границе зоны I r_p и условие наступления предельного состояния породы на границе зоны II r_s

$$\varepsilon_{[r]}^p + \varepsilon_{[\theta]}^p = \Theta^* \text{ при } r = r_p, \quad \sigma_{\langle r \rangle} - \alpha_1 \sigma_{\langle r \rangle} = \alpha_2 H_c \text{ при } r = r_s \quad (16)$$

Решение данной осесимметричной задачи в зонах I и II сводится к интегрированию дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d\sigma_{\langle r \rangle}}{dr} - \frac{\alpha_1}{r} \sigma_{\langle r \rangle} = \frac{\alpha_2}{r} H_p, \quad \frac{d\sigma_{[r]}}{d\varepsilon_{[\theta]}} = -\alpha_2 \frac{\sigma_{[r]} + H(\varepsilon_{[\theta]})}{(1 + \beta)\varepsilon_{[\theta]}}. \quad (17)$$

На основе приведенных соотношений (12)-(16) нами решена осесимметричная задача для запределно деформируемого массива горных пород с круговой цилиндрической выработкой. Определены все компоненты напряжений и перемещений, а также найдены две неизвестные границы – радиус зоны разрушения r_p и радиус зоны разупрочнения r_s с учетом условия непрерывности радиальных напряжений σ_r и перемещений u_r на границах раздела зон. Решение получено в предположении равенства полных деформаций ЗНД запределным. Ниже приведены компоненты НДС пород приконтурной зоны круговой цилиндрической выработки (18) в рассматриваемой постановке:

$$\begin{aligned} \sigma_{\langle r \rangle} &= (P_0 + H_p)r^{\alpha_2} - H_p, \quad \sigma_{\langle \theta \rangle} = (P_0 + H_p)\alpha_1 r^{\alpha_2} - H_p, \\ u_{\langle r \rangle} &= \frac{\Theta^*}{2} \left(r - \frac{r_p^2}{r} \right) + \frac{1 + \mu}{E_1} \cdot \frac{r_s^{\beta+1}}{r r_p^{\beta-1}} \sin \varphi (P + H_c); \quad \kappa = \alpha_2 / (1 + \beta) \\ \sigma_{[r]} &= \left(\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{[\theta]}} \right)^\kappa \left[(P_0 + H_p)r_p^{\alpha_2} + \frac{(H_c - H_p)n\varepsilon_p^n}{(\kappa + n)(\varepsilon_p^n - \varepsilon_c^n)} \right] - H_c + (H_c - H_p) \frac{\kappa(\varepsilon_{[\theta]}^n - \varepsilon_c^n) - n\varepsilon_c^n}{(\kappa + n)(\varepsilon_p^n - \varepsilon_c^n)} \\ \sigma_{[\theta]} &= \alpha_1 \sigma_{[r]} + \alpha_2 H(\varepsilon_{[\theta]}), \quad u_{[r]} = \frac{1 + \mu}{E_1} r_s \left(\frac{r_s}{r} \right)^\beta \sin \varphi (P + H_c); \\ \left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{\langle r \rangle}}{\sigma_{\langle \theta \rangle}} \end{aligned} \right\} &= P \mp \left(\frac{r_s}{r} \right)^2 \sin \varphi (P + H_c), \quad u_{(r)} = \frac{1 + \mu}{E_1} \frac{r_s^2}{r} \sin \varphi (P + H_c); \\ r_p &= \left\{ \frac{\varepsilon_c^\kappa}{\varepsilon_p^\kappa (P_0 + H_p)} \left[P - \sin \varphi (P + H_c) r_p^{\alpha_2} + H_c + \frac{(H_c - H_p)n\varepsilon_c^n}{(\kappa + n)(\varepsilon_p^n - \varepsilon_c^n)} \right] - \frac{(H_c - H_p)n\varepsilon_p^n}{(\kappa + n)(\varepsilon_p^n - \varepsilon_c^n)(P_0 + H_p)} \right\}^{\frac{1}{\alpha_2}}, \\ r_s &= r_p^{\beta+1} \sqrt[1 + \mu]{\frac{\Theta^* E_1}{(1 - \beta)(1 + \mu) \sin \varphi (P + H_c)}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Как видно из формул (18), значения r_p и r_s зависят от свойств породы массива E_1 , μ , $\alpha_i(\varphi)$; действующих внешних нагрузок P_0 и P , от показателей диаграммы деформирования породы H_c , H_p , ε_c , ε_p , β , Θ^* , а также от характера зависимости $H(\varepsilon_{[\theta]})$: параметра нелинейности n .

Особенностью решения данной осесимметричной задачи является то, что напряженное состояние в зоне разупрочнения II не является статически определимым, так как напряжения содержат компоненты необратимых деформаций ε_θ и деформационные критерии прочности ε_c , ε_p . В зоне разрушения I напряженное состояние полностью определяется условиями на внутреннем контуре и является статически определимым, но положение границы r_p этой зоны зависит от напряженного состояния внешних областей.

Кроме того, в данном решении имеются две неизвестные границы r_p и r_s , разделяющие зоны с различными физическими свойствами, причем радиус зоны разупрочнения r_s и радиус внутренней зоны разрушения r_p взаимосвязаны. В этом заключаются отличия данного решения от решений подобных (упругопластических) задач в классических постановках [1-6].

Область существования полученного решения для круговой цилиндрической выработки определяется из условия отсутствия зоны разрушения I и находится из выражения

$$r_s^{\beta+1} \geq \frac{\Theta^* E_1}{(1-\beta)(1+\mu) \sin \varphi (P + H_c)} \quad (19)$$

На основании полученных выражений проведены численные расчеты для отдельных образцов горных пород (биотитовый гранит, песчаник НВО). Исследовано влияние параметров запредельного деформирования горных пород на компоненты НДС вокруг цилиндрической выработки (радиус ЗНД r_s и смещения контура $u_{(1)}$) и дана оценка прочности пород приконтурной зоны выработок. Как показывают результаты, компоненты НДС вокруг выработок существенно зависят от свойств породы массива, показателей диаграмм $\sigma_1 - \varepsilon_1$, $\Theta - \varepsilon_1$ и внешних нагрузок. Установлено, что наличие зоны разрушения связано с ростом зоны разупрочнения. Запредельное деформирование по нелинейному закону ($0 < n < \infty$, $H_p < H_c$) в отличие от идеальнопластического деформирования ($n \rightarrow \infty$, $H_p \rightarrow H_c$) приводит к росту радиуса ЗНД r_s и смещений контура выработки $u_{(1)}$. Согласно результатам, традиционно используемая линейная модель запредельного деформирования ($n = 1$) дает большие значения радиуса r_s и несколько меньшие смещения контура $u_{(1)}$ по сравнению с нелинейным вариантом (случай $n > 1$), что может привести к недооценке влияния запредельного состояния горных пород и заниженным параметрам несущих конструкций выработок. Полученные результаты могут быть использованы при подборе технических характеристик крепей.

Заключение. В целом, учет запредельного деформирования массива горных пород (снижение несущей способности приконтурной зоны) дает уточненные и более позитивные результаты, так как при этом имеет место разгрузка массива от горного давления, которая рассматривается как положительный фактор, благоприятно влияющий на технологию горных работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галин Л.А. Плоская упругопластическая задача // ПММ. – 1946. – Т. 10, вып. 3. – С. 367-388.
2. Мирсалимов В.М. Неоднородные упругопластические задачи. – М.: Наука, 1987. – 256с.
3. Сажин В.С. Упругопластическое распределение напряжений вокруг горных выработок различного очертания. – М.: Наука, 1968. – 90 с.
4. Черепанов Г.П. Упругопластическая задача // Изв. АН СССР. МТТ. – 1969. – № 2. – С. 82-91.
5. Перлин П.И. Упруго-пластическое распределение напряжений вокруг отверстий // Тр. МФТИ. – 1960. – Вып. 5. – С. 30-40.
6. Аннин Б.Д. Упруго-пластическое распределение напряжений в плоскости с отверстием // Доклады АН СССР. – 1969. – Т. 184, № 2. – С. 315-317.
7. Алимжанов М.Т. Упругопластическая задача, учитывающая неоднородность механических свойств материала // Доклады АН СССР. – 1978. – Т. 242, № 6. – С. 1281-1284.
8. Алимжанов М.Т. Устойчивость равновесия тел и задачи механики горных пород. – Алматы: Наука, 1982. – 272 с.
9. Алимжанов М.Т. Проблема устойчивости равновесия в задачах геомеханики // Варшава. Успехи механики, международный журнал. – 1990. – Т. 13, № 3/4. – С. 21-57.
10. Амузин Б.З., Ардашев К.А., Кошелев В.Ф. Аналитическое представление механизма формирования нагрузок на крепь горных выработок на больших глубинах // Аналитические и численные исследования в механике горных пород. – Новосибирск: Наука, 1981. – С. 8-13.
11. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механические процессы в породных массивах. – М.: Недра, 1986. – 272 с.
12. Литвинский Г.Г. Об одной модели горных пород в задачах устойчивости подземных выработок // В сб. Горное давление в капитальных и подготовительных выработках. – Новосибирск: СО АН СССР, 1983. – С. 23-27.
13. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. – М.: Недра, 1985. – 272 с.
14. Drucker D. A more fundamental approach to plastic stress-strain relations // Proc. First U. S. Nat. Congr. of Appl. Mech. ASME. – 1951.

А. М. Әлімжанов

ЖЕРАСТЫ ҚАЗБАСЫНЫҢ КОНТУР МАҢЫ АУМАҒЫНЫҢ КЕРНЕУЛІ-ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ
КҮЙІН ЕСЕПТЕУГЕ ҚАЖЕТ БОЛАТЫН ШЕКТЕН АРҒЫ ДЕФОРМАЦИЯЛАНАТЫН
КЕН ЖЫНЫСЫ ҚАТΠΑРЛАРЫНЫҢ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ҮЛГІСІ

Жұмыста жерасты құрылым айналасындағы шектен арғы деформацияланатын кен жынысы қатпарларының үлгісі жасалды, ол үлгі төмендегілерді біріктіреді: 1) жыныстардың беріктік параметрін серпімсіз деформация компоненттерімен және шектен арғы сатылардағы беріктіктің деформациялық критерийлерімен сызықты емес түрде байланыстыратын Кулон-Мордың жетілдірілген беріктік функциясы; 2) кері жүрмейтін көлемдік деформация мен ең үлкен бас деформация арасындағы дилатансиялық тәуелділік. Бұл үлгі жерасты қазбасының контур маңы аумағының кернеулі-деформациялық күйін есептеудің негізі болуы мүмкін. Осы жасалған үлгі негізінде дөңгелек цилиндрлі қазба үшін жазық деформация қойылымында осесимметрлік есеп шешілген.

A. M. Alimzhanov

NON-LINEAR MODEL OF THE OVER-LIMITING DEFORMABLE ROCK MASSIF
FOR ANALYSIS STRESS-STRAIN STATE AROUND UNDERGROUND WORKING

Non-linear model of the over-limiting deformable rock massif was considered in the paper. The given model contains: 1) Mohr-Coulomb modified strength condition with the deconsolidation nonlinear function between the strength rock parameters and the inelastic deformations components with deformations strength criteria at the over-limiting deforming stages; 2) dilatancy dependence between inelastic solid deformation and maximal main deformation. This model can serve as a foundation for analysis stress-strain state around underground working under over-limiting deforming of rock massif. On the basis of elaborated model the axisymmetric problem for round cylindrical working under plane deformations statement was solved.

А. Б. БАЕШОВ, Н. С. ИВАНОВ, Б. Э. МЫРЗАБЕКОВ

ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ МЕДНОГО ЭЛЕКТРОДА В СОЛЯНОКИСЛОЙ СРЕДЕ

АО «Институт органического катализа и электрохимии им. Д. В. Сокольского», г. Алматы

Рассмотрен механизм анодного окисления меди в солянокислой среде. Установлено, что в исследуемом процессе непосредственное участие принимают Cl^- ионы. Исследовано влияние концентрации скорости развертки потенциала, концентрации кислоты и температуры электролита. Исследовано влияние предварительной поляризации электрода постоянным и переменным током на изменение стационарного потенциала с течением времени.

Медь – один из первых металлов, широко освоенных человеком из-за сравнительной доступности для получения из руды и малой температуры плавления. Сегодня она используется в электронике, для производства кабелей, труб, а также во множестве сплавов. Вопросам коррозии меди в хлоридных электролитах, в том числе и в присутствии органических соединений посвящен ряд работ [1-4]. В данной статье рассмотрен процесс электрорастворения меди в солянокислых электролитах.

Для исследования электрохимического поведения меди применялся метод регистрации потенциодинамических поляризационных кривых на потенциостате IPC Pro MF. Вольтамперометрические измерения проводили в термостатируемой трехэлектродной ячейке с разделенными анодным и катодным пространствами. В качестве рабочего электрода использовали торцовую часть медной проволоки диаметром – 1,5 мм. Измерения проводились относительно хлорсеребряного электрода сравнения в насыщенном хлориде калия, потенциалы приведены относительно нормального водородного электрода. В качестве вспомогательного электрода использовали платиновую проволоку с большой поверхностью.

На рис. 1, а представлена анодно-катодная циклическая поляризационная кривая. При развертке потенциала в анодном направлении растворение меди начинается практически сразу со стационарного потенциала и при потенциале плюс 260 мВ наблюдается первый анодный пик. В этой области происходит растворение меди с образованием одновалентных ионов. В настоящее время для этого процесса предлагается три механизма [5-9]:

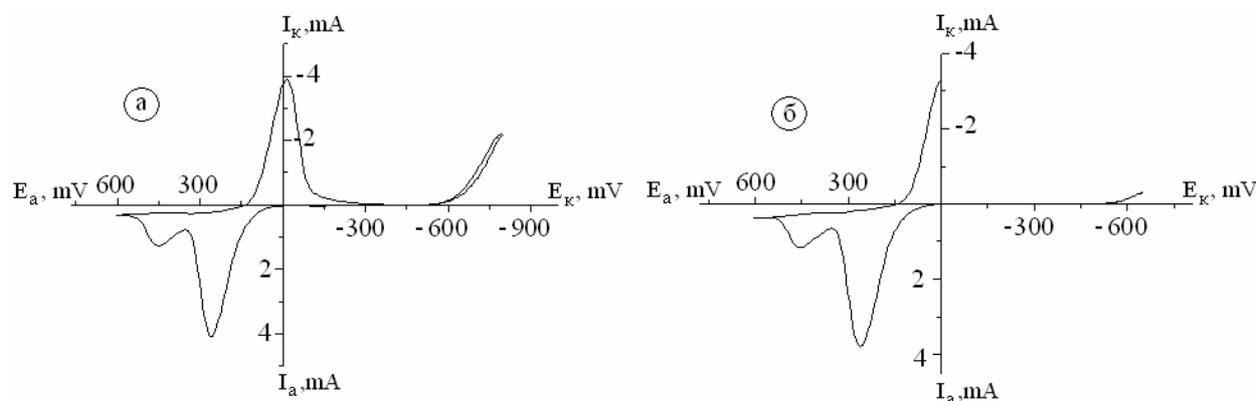


Рис. 1. Циклические поляризационные кривые медного электрода:
Фон – 0,75M NaCl, HCl – 0,25 M, V = 100 мВ/с, t = 25 °С

Последующий спад тока может быть вызван солевой пассивацией в результате образования одновалентного хлорида меди, который не растворим в воде.

При потенциале плюс 450 мВ наблюдается второй анодный максимум тока. В этой области потенциалов происходит окисление одновалентной меди по реакции:



Последующий спад тока вызван пассивацией электрода в результате образования оксидной пленки. При смещении потенциала электрода в катодном направлении наблюдается только один катодный максимум при потенциале минус 15 мВ и далее – выделение водорода.

Согласно рис. 1, б, предварительная катодная поляризация не оказывает влияние на поведение медного электрода в анодном цикле. Незначительное уменьшение анодных токов происходит из-за экранирования части поверхности водородом, выделившимся в катодном цикле.

Исследовано влияние скорости развертки потенциала на процесс анодного растворения меди в сернокислой среде. Согласно рис. 2, с увеличением скорости развертки потенциала происходит рост анодных максимумов токов с одновременным смещением потенциалов максимумов в анодном направлении, при этом тангенс угла наклона зависимости $\lg I_p / \lg V$ составил 0,4 и 0,7 для первого и второго пика соответственно.

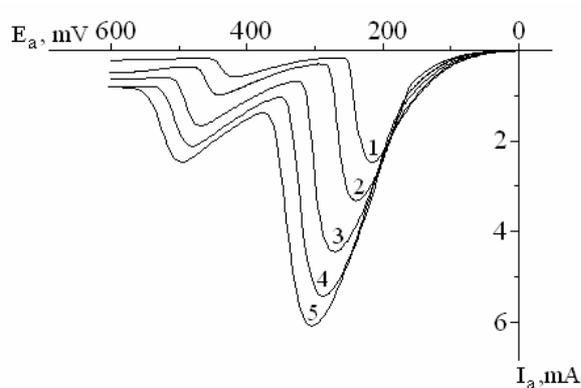


Рис. 2. Анодные поляризационные кривые медного электрода при разных скоростях развертки потенциала: Фон – 0,75M NaCl, HCl – 0,25M, t = 25 °C; V, мВ/с: 1 – 25; 2 – 50; 3 – 100; 4 – 150; 5 – 200

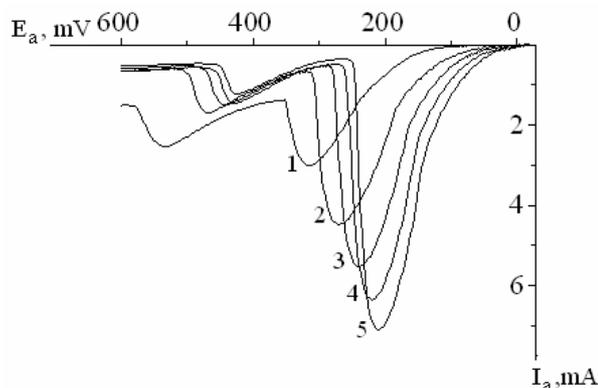


Рис. 3. Анодные поляризационные кривые медного электрода при различных концентрациях соляной кислоты. V = 100 мВ/с, t = 25 °C, раствор (xM NaCl + yM HCl): 1 – (1,0+0,0); 2 – (0,75+0,25); 3 – (0,5+0,5); 4 – (0,25+0,75); 5 – (0,0+1,0)

На рис. 3 представлено влияние концентрации соляной кислоты на процесс анодного растворения меди при постоянной ионной силе раствора, что достигалось комбинированием содержания соляной кислоты и хлорида натрия. На фоне 1M хлорида натрия растворение меди также протекает в две стадии. В отличие от сульфатных растворов, где при отсутствии кислоты в электролите растворения меди не происходит, в хлоридных растворах процесс протекает, что указывает на исключительное влияние хлорид-ионов на процесс электрорастворения меди. С увеличением кислотности раствора происходит рост анодных максимумов первого пика и смещение потенциалов в катодном направлении, что указывает на ускорение анодной реакции. Потенциал второго пика также смещается в сторону отрицательных потенциалов, а величина тока имеет тенденцию к уменьшению, что может быть связано с состоянием поверхности электрода.

Исследовано влияние температуры электролита на процесс анодного растворения меди. Как видно из рис. 4, с повышением температуры происходит увеличение анодных максимумов токов с незначительным смещением их потенциалов в катодном направлении, что свидетельствует об ускорении анодного процесса.

Исследовано изменение стационарного потенциала медного электрода от времени после различных видов обработки его поверхности. Как видно из рис. 5, стационарный потенциал полированного электрода резко смещается в отрицательном направлении. Наиболее положительный потенциал наблюдается после поляризации постоянным током при плотности тока 1000 А/м². В первые 400 с наблюдается резкое смещение в катодном направлении, затем потенциал электрода

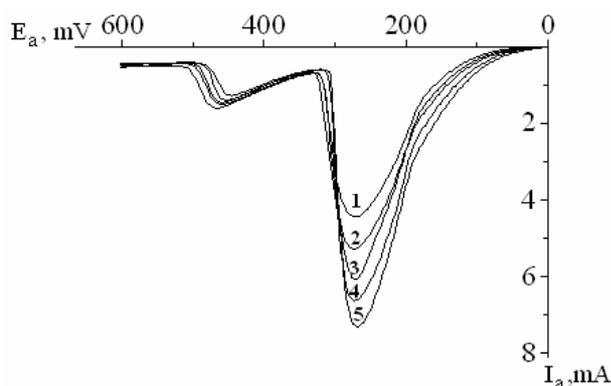


Рис. 4. Анодные поляризационные кривые медного электрода при разных температурах электролита.
Фон – 0,75 М NaCl, HCl – 0,25 М, $V = 100$ мВ/с,
 t , °C: 1 – 20; 2 – 30; 3 – 40; 4 – 50; 5 – 60

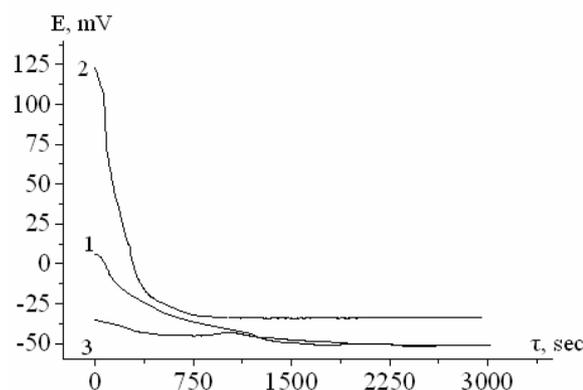


Рис. 5. Зависимость стационарного потенциала медного электрода от времени после различных видов поляризации.
Фон – 0,75 М NaCl, HCl – 0,25 М, $t = 25$ °C,
1 – полированный электрод;
2 – после поляризации постоянным током;
3 – после поляризации переменным током

принимает стационарное значение 237 мВ. Такое поведение может быть объяснено тем, что при электролизе поверхность электрода покрывается нерастворимым хлоридом одновалентной меди либо оксидной пленкой, которая постепенно растворяется в кислоте. После поляризации переменным током потенциал электрода практически не меняется. Поскольку переменный ток состоит из двух полупериодов, соответственно без изменения его симметрии ионы меди, образовавшиеся в анодном полупериоде, будут обратно восстанавливаться во время катодного полупериода. В случае образования оксидной пленки, она также беспрепятственно будет восстанавливаться. В результате такого действия переменного тока может происходить формирование однородной поверхности, и потенциал электрода меняться не будет.

Таким образом, предварительная катодная поляризация не оказывает влияния на анодное поведение медного электрода, вследствие того, что поверхность полированного электрода остается чистой, поскольку при стационарных потенциалах пассивации электрода не происходит. Увеличение кислотности и температуры электролита приводит к резкому увеличению скорости анодного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Milan M. Antonijevic, Snežana M. Milic, Marija B. Petrovic. Films formed on copper surface in chloride media in the presence of azoles // *Corrosion Science*. – 2009. – V. 51. – P. 1228-1237.
2. Starosvetsky D., Khaselev O., Auinat M., Ein-Eli Y. Initiation of copper dissolution in sodium chloride electrolytes // *Electrochimica Acta*. – 2006. – V. 51. – P. 5660-5668.
3. Boyu Yuan, Chao Wang, Liang Li, Shenhao Chen. Real time observation of the anodic dissolution of copper in NaCl solution with the digital holography // *Electrochemistry Communications*. – 2009. – V. 11. – P. 1373-1376.
4. Kear G., Barker B.D., Walsh F.C. Electrochemical corrosion of unalloyed copper in chloride media – a critical review // *Corrosion Science*. – 2004. – V. 46. – P. 109-135.
5. Matosa J.B., D'Elia E., Barcia O.E., Mattos O.R., Pebere N., Tribollet B. Rotating disc and hemispherical electrodes for copper dissolution study in hydrochloric solution in the presence of benzotriazole // *Electrochimica Acta*. – 2001. – V. 46. – P. 1377-1383.
6. Bacarella A.L., Griess J.C. Anodic dissolution of Cu in flowing NaCl solutions between 25 and 175 °C // *J. Electrochem. Soc.* – 1973. – V. 120. – P. 459-465.
7. Lee H.P., Nobe K., Pearlstein A.J. Film formation and current oscillations in the electrodisolution of Cu in acidic chloride media // *J. Electrochem. Soc.* – 1985. – V. 132. – P. 1031-1037.
8. Lee H.P., Nobe K. Kinetics and mechanisms of Cu-electrodisolution in chloride Media // *J. Electrochem. Soc.* – 1986. – V. 133. – P. 2035-2043.
9. Smyrl W.H. Electrodisolution of Cu in HCl // *J. Electrochem. Soc.* – 1985. – V. – 132, N 5. – P. 1555-1562.

Ә. Б. Баешов, Н. С. Иванов, Б. Ә. Мырзабеков

ТҰЗ ҚЫШҚЫЛЫ ЕРІТІНДІСІНДЕГІ
МЫС ЭЛЕКТРОДЫНЫҢ ЭЛЕКТРОХИМИЯЛЫҚ ҚАСИЕТІ

Тұз қышқылы ерітіндісінде мыстың анодты тотығу механизмдері қарастырылды. Зерттеу нәтижесінде осы ортада жүретін электрохимиялық үдерістерге Cl⁻ иондары қарқынды әсер ететіндігі анықталды. Негізгі компоненттердің және қышқыл концентрациясының, әлеует берілу жылдамдығының және электролит температурасының әсерлері, сонымен қатар стационарлы әлеует мәніне алдын ала тұрақты және айнымалы ток-тармен поляризацияланған электрод бетінің уақыт өте өзгерісі зерттелінді.

A. B. Baieshov, N. S. Ivanov, B. Ay. Mirzabekov

ELECTROCHEMICAL BEHAVIOR OF THE COPPER ELECTRODE
IN HYDROCHLORIC ACID

The mechanism of the anodic oxidation of copper in hydrochloric acid. It was established that the process under study directly involved Cl⁻ ions. The influence of the concentration of the potential sweep rate, acid concentration and temperature of the electrolyte. We studied influence of preliminary polarization of an electrode by a direct and alternating current on change of stationary potential to over time.

Ж. Е. ИШПЕКБАЕВ

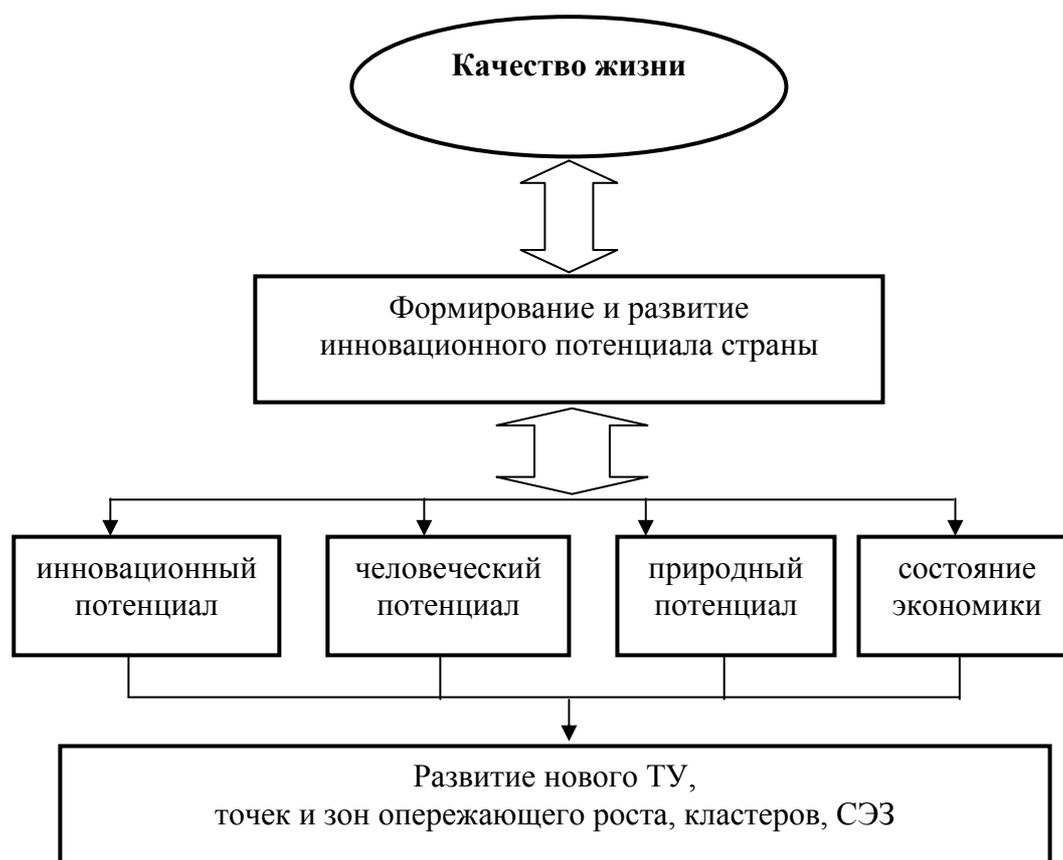
ПРЕДПОСЫЛКИ ПОВЫШЕНИЯ СОЦИАЛЬНО-ПОЛИТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ НАЦИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ СТРАН СНГ

Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы

Конкурентоспособность национальной экономики зависит от наличия и качественного состояния в стране:

- инновационного потенциала,
- человеческого потенциала,
- природного потенциала (наличие природных ресурсов),
- положения страны в международном разделении труда,
- социально-политической обстановки,
- состояния экономики и государственного сектора,
- уровня развития инновационного предпринимательства.

Их присутствие в Казахстане позволяет надеяться на создание национальной инновационной системы и конкурентоспособной в мировом хозяйстве экономики.



Примечание. Составлено автором.

Рис. 1. Предпосылки повышения конкурентоспособности национальной экономики

Инновационный потенциал, количественные и качественные характеристики которого отражают упорядоченную совокупность инновационных ресурсов, включают материально-технические, нематериальные и финансовые активы. Закономерным результатом использования инновационного потенциала является, прежде всего, создание инновационно-технологических систем.

Под ними понимаются в первую очередь качественно новые основные производственные фонды, дающие высокую социально-экономическую эффективность. Они становятся материальной основой воспроизводственного процесса. При этом меняется социально-экономический базис производства. В условиях мирового эффективного рынка происходит трансформация и самого воспроизводственного процесса, его схема дополняется фазой научно-технической подготовки производства. Анализ воспроизводственного процесса включает производство и распределение, в том числе и посредством обмена не только средств производства и предметов потребления, но и таких специфических товаров, как наукоемкие услуги, информация [1, с. 27-37].

Рассмотрим инновационно-технологические факторы повышения конкурентоспособности национальной экономики как составной части структурной политики. Проводимая в научно-технической сфере, она имеет заранее заданную цель. Каждый технологический уклад, будучи межотраслевым комплексом взаимосвязанных технико-технологических принципов и решений, порождает кластер нововведений, охватывающих различные отрасли хозяйства, благодаря чему развитие и замещение ТУ происходит не плавно, а скачкообразно: инновационно-технологические принципы, революционирующие систему производительных сил, быстро завоевывают все отрасли хозяйства, вытесняя элементы предшествующих ТУ. В этом заключается одна из причин неудачи многочисленных попыток планирования технико-экономической динамики отдельных отраслей, принимающих во внимание лишь отраслевые интересы.

Наибольшие трудности при структурном регулировании вызывает период технологического разрыва, когда обреченность прежнего ТУ очевидна, а новый ТУ, еще недостаточно распространен, отсутствуют ряд его элементов. Экономические системы, находящиеся в фазе подъема, как правило, не требуют специальных усилий в данном направлении, поскольку инновационные процессы выступают логичным явлением, редко нуждающимся в дополнительной мотивации. Поэтому в фазе подъема часто применяют политику *laissez-faire*, предоставляя обеспечение должного технологического уровня производства заботе отдельных частных лиц, чьи экономические интересы непосредственно связаны с инновационными процессами [2, с. 3-14].

Макроэкономическая ситуация в нашей стране такова, что цены на новую технику растут значительно быстрее, чем ее производительность, так что экономический эффект от ее применения неуклонно падает. Новая техника стоит дороже, чем низко квалифицированная рабочая сила. При таком положении дел модернизация производства становится невыгодной. Таким образом, чем менее наукоемким является производство, тем ниже – при прочих равных условиях – издержки производства. Низкопроизводительный живой труд обходится предприятиям дешевле, чем передовая техника, и поэтому успешно с ней конкурирует. Инновационно-технологические системы направлены на экономию не только живого, но и овеществленного труда. Это означает, что новые технологии должны быть дешевле своих аналогов. Если это условие не выполняется, то структурное реформирование оборачивается экономией живого труда, но вместе с тем более расточительным расходованием овеществленного труда. Казахстан возможности для повышения конкурентоспособности национальной экономики за счет увеличения занятости трудоспособного населения исчерпал. Но не в связи с отсутствием свободных трудовых ресурсов, а в связи с его низкой квалификацией.

Анализ связи между экономическим ростом и занятостью характеризуется рядом показателей, среди которых мы выделяем соотношение между темпами экономического роста и уровнями занятости и безработицы. Рост численности занятых в абсолютном измерении по сравнению с сокращением численности безработных, составил в Казахстане за последние 10 лет более чем в четыре раза. Рост абсолютного числа занятых произошел главным образом за счет вовлечения в состав рабочей силы впервые вступивших на рынок труда и увеличения экономически активной части населения и в меньшей мере за счет уменьшения числа безработных. С 2000 по 2006 год численность экономически активного населения увеличилась на 921,5 тыс. человек [3].

Одной из важных причин низких темпов повышения уровня занятости служит структура экономики с преобладанием сырьевых капиталоемких отраслей. Сокращение занятости в трудоемких отраслях перерабатывающего сектора вследствие падения его доли в промышленности страны не может быть компенсировано ростом занятости в быстрорастущих, но капиталоемких отраслях. Так, если удельный вес горнодобывающего сектора в целом по промышленности достиг 56,5% в 2006 году, то из общей численности промышленных работников на него приходилось лишь 21,2%,

это 2,6% всех работников занятых во всех отраслях экономики [3]. Следовательно, быстрый рост добывающего сектора Казахстана не может служить источником рабочих мест. В определенной мере этому способствуют препятствия на пути внутренней миграции населения и предъявляемые требования к квалификации работников. Нефтегазовое производство сосредоточено вокруг Каспийского моря. Здесь используется сравнительно небольшое количество высококвалифицированных рабочих, которых практически нет на местном рынке труда. Развивающиеся отрасли горной и горно-обогатительной промышленности располагаются в определенных уголках страны и не могут предложить широкие возможности для найма рабочих из других ее частей. Так, если с 1998 г. по 2006 г. численность работников в горнодобывающей промышленности республики выросла на 59 тыс. человек (со 123,7 до 181,7 по данным статорганов РК), то за тот же период в обрабатывающей промышленности она сократилась на 120,6 тыс. человек (с 627,0 до 506,4) [3].

Специфика низкого спроса на труд в нефтегазовом секторе приводит к тому, что в западном регионе страны, где сосредоточены почти все предприятия этого сектора, наблюдаются наиболее высокие уровни безработицы по республике. Сокращение рабочих мест и занятости в перерабатывающих отраслях промышленности компенсируется их ростом в строительстве (на 106,6 тыс.) и образовании (109,3 тыс.). Напомним, что основной вклад в экономический рост вносят сырьевые отрасли, темпы роста которых превышают темпы роста ВВП и составляют ежегодно 13–14%. В то же время, рост занятости обеспечивает главным образом сфера услуг. Другими словами, быстрый рост производства в сырьевых отраслях сопровождается гораздо меньшим ростом спроса в них на труд. Именно данное обстоятельство, наряду с ростом активности населения, являются главными причинами низких темпов прироста занятости и снижения безработицы.

Более важным ресурсом повышения конкурентоспособности является другая составная часть человеческого потенциала и инновационной инфраструктуры – научно-технический потенциал. Научно-технический потенциал состоит и зависит от многих компонентов: научно-производственной инфраструктуры, объемов финансирования НИР, количественного и качественного кадрового потенциала науки и многих других. В настоящее время в Казахстане сложилась следующая обстановка с кадровым потенциалом в научно-технической сфере. Численность работников, выполняющих научные исследования, в конце 2005 г. составляла около 19 тыс. чел., в том числе 4130 докторов и кандидатов наук. Кадровый потенциал сконцентрирован в ВУЗах, национальных научных центрах и академических институтах. В последние пять лет закрепились тенденции роста занятых в исследованиях частного сектора (в сфере услуг и на производстве). Например, в 2006 г. расходы республиканского бюджета по функциональным группам «Образование», «Здравоохранение», «Социальное обеспечение и социальная помощь», «Культура, спорт, туризм и информационное пространство» составили 614,5 млрд тенге, или 99,4% от уточненного на год назначения [4, с. 71].

Наука Казахстана состоит из 400 организаций. Однако соединение науки с производством осуществляется в немалой степени посредством малых и средних предприятий, являющихся, с одной стороны, разработчиками новых продуктов и технологий, с другой – организаторами их коммерческого производства и применения. В свою очередь, активное развитие инновационных процессов невозможно без конкурентной среды, которая создается благодаря деятельности инновационного предпринимательства. Вклад инновационного предпринимательства в решение проблемы занятости измеряется долей занятых в данной сфере в общей численности занятого населения, которая в развитых странах составляет 50–60 и более процентов. На малый инновационный бизнес также приходится в этих странах до 70–80% новых рабочих мест и от 50 до 80% ВВП.

По мнению автора, за последние годы доля инновационно активных предприятий практически не изменилась также и потому, что предприниматели противоречиво и широко понимают само определение «инновация». Подавляющее большинство в перечень инновационных мероприятий включают приобретение нового оборудования. Причем оборудование это, как правило, является новым только для предпринимателя, но никак не самым передовым в данной области деятельности. Количество занятых в секторе инновационного предпринимательства к началу 2008 года не превышало 0,1%. Доля наукоемкой продукции в ВВП оценивается примерно в 0,1%.

Увеличение числа занятых работников в инновационном предпринимательстве предопределяется двумя факторами: наличием высококвалифицированных кадров и перспективами роста. В различных сферах и отраслях экономики его роль не одинакова. Имея ряд преимуществ перед

рядовыми предприятиями, инновационный бизнес в то же время наталкивается на ограничения во многих видах хозяйственной деятельности. Так, например, объективным препятствием его развития является эффект масштаба, который не позволяет рентабельно функционировать малым предприятиям. В связи с этим обстоятельством инновационные предприятия среднего и малого бизнеса специализируются на обслуживании крупных предприятий, либо функционируют в сферах, где для них существуют возможности эффективной деятельности по причине ограниченности здесь действия эффекта экономии на масштабе. Поэтому малое предпринимательство во всех странах преобладает в сфере услуг. Казахстан не является исключением: большинство МП (35,4%) специализируется в торговле, ремонте автомобилей, бытовых изделий и предметов личного пользования. Строительством занято 16,8% предприятий, операциями с недвижимым имуществом, арендой и предоставлением услуг потребителям – 14,6%. Промышленной деятельностью заняты лишь 13,1% малых предприятий, их наибольшее количество приходится на обрабатывающую промышленность – 92,2% [5, с. 17-18].

Определение приоритетов структурной политики предполагает комплексную оценку проектов, исходя из следующих общих критериев и их составляющих [5, с. 84-97]:

- стратегические, обеспечивающие технологическую и продуктовую безопасность и способствующие структурному развитию экономики;
- инновационные и технологические;
- межотраслевые;
- внешнеэкономические;
- производственно-экономические.

Основная часть конкурентных преимуществ создается на мезоуровне – на предприятиях и фирмах, где используются ноу-хау, новые материалы, более эффективные формы организации труда, в результате чего и возникают конкурентоспособные производства и продукция.

Инновационная стратегия предприятий должна быть ориентирована на освоение базисных инноваций, которые позволяют перейти к новой технологической товарной структуре производства. В этой связи возникает задача комплексной оценки инновационных проектов и выбора с учетом возможных ограничений. Предложить универсальный механизм оценки инновационных предложений достаточно сложно, поскольку многое определяется сферой деятельности и характером области приложения.

На уровне предприятия стратегия инновационного развития должна быть в первую очередь направлена на повышение его конкурентоспособности, причем за основу должно быть взято именно инновационное замещение в тех сферах деятельности компании, где это наиболее необходимо в данный момент. Такая стратегия конкурентоспособности должна включать следующие элементы:

- определение миссии предприятия, основы его деятельности;
- описание предприятия с точки зрения достигнутого уровня конкурентоспособности разрабатываемой, выпускаемой продукции и потенциала (трудового и научно-производственного) предприятия относительно ведущих мировых фирм;
- анализ и прогнозирование параметров и показателей разрабатываемых товаров и использования трудового и научно-производственного потенциала ведущих фирм;
- прогнозирование показателей: конкурентоспособности материалов и комплектующих изделий; единичных макроэкономических параметров; продукции за счет модернизации выпускаемой, разработки и освоения новых изделий; трудового и научно-производственного потенциала, структурного обеспечения, модернизации действующего оборудования, внедрения прогрессивной технологии;
- разработка стратегии повышения конкурентоспособности предприятия с учетом взаимобусловленного процесса повышения конкурентоспособности продукции и инновационно-промышленного потенциала;
- реализация стратегии повышения конкурентоспособности предприятия включает разработку плана технико-экономических мероприятий с определением источников финансирования; расчет эффективности; структурное обеспечение новой стратегии повышения конкурентоспособности; организацию оперативного управления конкурентоспособностью предприятия на всех его уровнях; формирование информационной базы о передовых научно-производственных процессах и тех-

нико-экономических характеристиках товаров; организация мониторинга конкурентоспособности предприятия.

Оценка эффективности инновационных программ предполагает определение структурных сдвигов в других отраслях, описание и расчет параметров, характеризующих конечные результаты. Количественные оценки этих параметров описываются показателями развития отрасли, прогнозами макроэкономической эффективности, степенью воздействия факторов, формирующихся во внешней среде, на конкурентоспособность выпускаемой продукции. В наибольшей степени эффективность межотраслевого взаимодействия проявляется в машиностроении и тех отраслях промышленности, которые обеспечивают ресурсами выпуск инновационной продукции. Потребительские параметры инновационной продукции представляют собой результат поисковых НИР и прикладных ОКР и формируются в научно-технической сфере.

Реализация инновационной деятельности в отношении этих трех групп отраслей отличается по характеру, масштабам поддержки, объемам ресурсов, необходимых для обновления и модернизации производственного потенциала на основе реализации отечественных и иностранных достижений науки и техники.

Полагаем, что ориентиры структурной политики стали реальным инструментом, их нужно конкретизировать. Только в этом случае удастся привлечь к ним внимание предпринимателей и получить соответствующий результат. Государство должно более активно подсказывать бизнесу возможности для рентабельных инвестиций. Если аналогичный импортному по качеству товар может быть произведен в Казахстане, то бизнесу следует заняться изучением возможности соответствующих инвестиций. Следует предложить импортеру поучаствовать в инвестировании и последующем совладении предприятием, поскольку в противном случае он вовсе потеряет рынок. В результате в наличии оказывается совпадение интересов всех сторон, нужных для реализации импортозамещающего проекта. Следующим образом складываются стартовый и итоговый компоненты, которые являются ключевыми для формирования инновационного проекта.

Таким образом, социальная ответственность и координирующая функция государства должна проявляться:

- в оповещении бизнеса о целесообразности размещения новых объектов;
- в расширении практики возмещения государством части затрат инвестора;
- в стимулировании новых предприятий к выходу на мировой и фондовый рынок;
- в развитии человеческих и иных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Яковец Ю.В. Перестройка технологической структуры производства // Экономист. – 1993. – № 5. – С. 27-37.
2. Глазьев С.Ю. Теория долгосрочного технико-экономического развития // Российский экономический журнал. – 1995. – № 3. – С. 3-14.
3. Отчет Счетного комитета РК за исполнением республиканского бюджета за 2006 год. – 129 с.
4. Саханова А.Н., Хан В.А., Аубакирова Ж.Я. Государственный менеджмент. – Алматы: Атамұра, 2007. – 578 с.
5. Гапоненко И. Инновации и инновационная политика на этапе перехода к новому технологическому порядку // Вопросы экономики. – 1997. – № 9. – С. 84-97.

Ж. Е. Ишпекбаев

ТМД ЕЛДЕРІ ҰЛТТЫҚ ЭКОНОМИКАСЫНЫҢ ӘЛЕУМЕТТІК-САЯСИ БӘСЕКЕЛЕСТІККЕ
ҚАБЫЛЕТТІЛІГІН ЖОҒАРЫЛАТУДЫҢ АЛҒЫШАРТТАРЫ

Zh. E. Ishpekbaev

BACKGROUND OF INCREASING SOCIOPOLITICAL
NATIONAL ECONOMIC COMPETITIVENESS CIS

Д. А. КЕНЖЕБАЕВ

К ВОПРОСУ О РАЗВИТИИ ПРОФЕССИОНАЛИЗМА ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ ВЫСШИХ ВОЕННЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Военный инженерный институт радиоэлектроники и связи
Министерства обороны Республики Казахстан

*«Те, у кого мы учимся, правильно
называются нашими учителями,
но не всякий, кто учит нас,
заслуживает это имя».*

И. ГЕТЕ

В статье изложены взгляды автора на необходимость развития профессионализма преподавателей высших военных учебных заведений и возможные пути решения данной проблемы.

В настоящее время система образования нашего государства претерпевает множество количественных и качественных изменений. Внедрена трехуровневая система образования (бакалавриат – магистратура – докторантура PhD), кредитная система обучения, сокращается количество учебных заведений, не отвечающих квалификационным требованиям, планомерно осуществляется переход на 12-летнюю модель обучения, все шире внедряются инновационные методы обучения, развивается учебно-материальная база, находит свое воплощение целый ряд других различных по масштабу и характеру мероприятий. Процесс реформации образования носит динамичный характер и отвечает предъявляемым Главой государства требованиям, основные его направления указаны в Государственной программе развития образования Республики Казахстан на соответствующий период.

Естественно предположить, что, изменяя всю систему в целом, нельзя не подвергнуть изменениям составляющие ее элементы.

В Государственной программе развития образования Республики Казахстан на 2011–2020 годы, в частности, сказано: «Качество образования, в первую очередь, определяется качественно подготовленными преподавателями» [1].

В соответствии с вышесказанным логично предположить, что повышение качества высшего военного образования, обеспечение соответствия уровня компетенций выпускников военных вузов общемировым стандартам, требованиям времени и государства невозможно без развития профессионализма военного преподавателя, как важнейшего элемента системы военного образования, ее вдохновителя и движущей силы.

Ответ на вопрос, что именно мы понимаем под «профессионализмом» военного преподавателя, мы можем найти в следующих строках: «Профессионализм преподавателя вуза в педагогической деятельности выражается в умении видеть и формировать педагогические задачи на основе анализа педагогических ситуаций и находить оптимальные способы их решения... Принимать решения приходится каждый раз в новой ситуации, своеобразной и быстро меняющейся. Поэтому одной из важнейших характеристик педагогической деятельности является ее творческий характер» [2].

Современный преподаватель высшего военного учебного заведения должен не только знать свою дисциплину, но и обладать достаточными знаниями и необходимыми умениями в области педагогики и психологии высшей школы, быть открытым к восприятию нового в сфере образования, постоянно находится в режиме творческого поиска и саморазвития.

В этой связи необходимо отметить, что на данный момент в высших военных учебных заведениях нашего государства военный преподаватель (в особенности по дисциплинам цикла базовых и профилирующих дисциплин) это специалист-практик, имеющий определенный опыт работы по военной специальности, но при этом обладающий недостаточными для преподавания знаниями в сфере педагогики и психологии. Частично эти пробелы восполняются за счет разнообразных педагогических курсов повышения квалификации или учебы в магистратуре по соответствующей специальности. Однако первые из них носят эпизодический характер и, принимая во внимание,

продолжительность курсов и объем учебного материала больше рассчитаны на подготовленного слушателя, в связи с чем не могут системно компенсировать недостаток необходимых знаний. Учеба в магистратуре, несомненно, развивает педагогическое мастерство, но, учитывая двухгодичный отрыв и невозможность обучения большого числа преподавателей одновременно, не позволяет военному учебному заведению эффективно повысить уровень профессионализма профессорско-преподавательского состава в оптимальные сроки.

Вместе с тем, анализируя создавшееся на сегодняшний день в высших военных учебных заведениях положение, можно прийти к выводу, что немалая часть военных преподавателей имеют смутные представления о таких понятиях, как объект, предмет, основные категории педагогики, структура и компоненты педагогического процесса, классификация методов обучения, уровни педагогического мастерства и т.п.

Значительное количество таких педагогов используют шаблонные, репродуктивные методы обучения, результативность которых довольно низкая, а создаваемый педагогический эффект незначителен. Зачастую низкая успеваемость оправдывается нерадивостью обучаемых, а единственным критерием профессиональной компетентности преподавателя принимается наличие практических навыков в предмете преподаваемой дисциплины. Такие преподаватели отличаются нетерпимостью к инновациям и склонностью к идеализации успехов прошлого. Своеобразным девизом преподавателей данного типа является: «Меня учили так же!».

Несомненно, такой закоряканный подход тормозит общее развитие системы образования, не дает прижиться новому и не позволяет сделать качественный скачок вперед.

Свою профессиональную деятельность такие преподаватели сводят лишь к механической передаче учебного материала преподаваемой дисциплины, при этом оставляя без внимания необходимость развития собственных знаний в сфере педагогики и психологии, поиска новых оптимальных методов обучения и способов организации учебно-воспитательного процесса.

Другой тип преподавателей, имеющих место быть в высшем военном учебном заведении – это недавно пришедшие из «войск», так называемые «молодые» преподаватели. От рассмотренных выше они отличаются только временем нахождения в должности. С целью приобретения навыков, необходимых для работы, на таких преподавателей непосредственным начальником составляется «План ввода в строй», пункты которого содержат перечень необходимых к изучению руководящих документов. Вопросы педагогики и психологии в данном документе чаще всего опускаются, да и имеющееся на ввод в строй время (обычно не больше месяца) попросту не позволит их изучить в достаточной для успешной преподавательской деятельности мере.

Следствием вышеперечисленных обстоятельств является следующий факт: через месяц после назначения мы доверяем обучение курсантов преподавателю, который не обладает необходимыми знаниями и умениями в сфере общей педагогики, без развитых навыков преподавания в высшем учебном заведении, преподавателю, который имеет самые отдаленные сведения о последних достижениях в образовании, педагогических технологиях и внедряемых инновациях. Такой преподаватель еще долгое время будет промежуточным звеном между книгой и курсантом, а в условиях отсутствия достаточного времени на самообразование единственным источником педагогических знаний для него чаще всего будут лишь воспоминания о собственном обучении. Потратив не один год на самообразование и профессиональный рост, приобретая педагогические знания урывками и без системного подхода, такой преподаватель за время своего становления успеет «подготовить» не одну учебную группу, взвод или курс, но каковым будет качество этой подготовки?! Через какое время профессионализм данного преподавателя достигнет оптимального уровня и сколько курсантов потребуется, чтобы он достаточно остро «отточил» свое педагогическое мастерство?

Такое положение дел самым непосредственным образом определяет качество подготовки военных кадров и результативность проводимых в системе военного образования реформ.

Вместе с тем задача повышения уровня компетентности военного преподавателя является не только общегосударственной задачей, но и личной потребностью педагога, обусловленной желанием профессионального роста.

Анализируя возможные источники возникновения рассматриваемой проблемы, необходимо отметить, что и сам процесс отбора и назначения кандидатов на должности профессорско-преподавательского состава требует пересмотра, определения критериев, разработки эффективно действующего комплекса организационных мероприятий. На данный момент начальник вуза не

имеет возможности предварительно практически проверить профессионализм вновь назначаемого преподавателя до его вступления в должность. Руководитель учебного заведения может лишь ознакомиться с послужным списком кандидата и его характеристикой с прежнего места службы, при этом педагогическое мастерство как таковое вряд ли будет рассмотрено (если только назначаемое лицо ранее не работало в каком-либо учебном заведении). А в случае, если по своим морально-деловым качествам вновь назначенный преподаватель не оправдает возложенных ожиданий, процесс его перевода в другое место будет длительным и трудоемким.

Несмотря на вышесказанное, ошибкой будет утверждать, что высшую военную школу нашего государства составляют одни лишь дилетанты и неучи, нет, это не так. В системе военного образования РК есть много достойных, высококвалифицированных, опытнейших педагогов, обладающих не только необходимым практическим опытом, но и глубочайшими теоретическими знаниями, учеными степенями и званиями, проводящих научные исследования и имеющих патенты на различные изобретения. Именно благодаря этим людям развивается военная педагогика, внедряются инновационные методы обучения, именно они создают тот базис знаний, который позволяет нам увидеть горизонты дальнейшего развития.

Тем не менее, факт наличия упущений в процессе подготовки, становления и непосредственно осуществления служебной деятельности профессорско-преподавательского состава военных вузов существует; принижение роли педагогической составляющей профессионализма военных преподавателей – налицо, необходимость разработки технологии направленной на повышение уровня педагогического мастерства в высшей военной школе – давно назрела и требует своего скорейшего решения.

Проблема качества военного образования, рассмотренная через призму профессиональной подготовленности преподавателей, появилась не сегодня и актуальна не только в нашей стране. Любое государство в мире заинтересовано в наличии высокопрофессиональной армии, как гаранте обеспечения собственного суверенитета. И, как правильно сказал А. И. Каменев: «Офицер – это надежда нации. Без него армии нет. Без армии нет государства. Без государства нет свободы граждан, нет достойной жизни, нет будущего ни у живущих, ни у потомков...» [3].

Именно поэтому решению данной проблемы посвятили свои труды многие ведущие педагоги, политики и государственные деятели.

История и проблематика вопроса в разное время освещалась такими авторами, как: Дюраласаль, Зедделер Л.Л., Макиавелли Н. Б., Медем Н.В., Монтекукколи Р., Ниессель А., Филебер, Хюльзен В., Вахнин А., Греков Ф., Галенковский П.А., Драгомиров М.И., Кирков К., Ключев Н., Корф Н. А., Кривенко В.С., Лалаев М. С., Линстром Н. В., Макаров А. Н., Марков А. С., Морозов Н., Новицкий В.Ф., Парский Д.П., Паруцкий В.И., Пушкарев И., Ростовцев Я. И., Савицкий А.Г., Щедринский В. и многими другими.

Анализируя современные научно-исследовательские работы в этом направлении, особо хотелось бы отметить труды Врачинского В.П. [4], Желтобрюха С.П. [5] и Каменева А.И. [6, 7].

Учитывая авторитет и подчас историческую значимость авторов исследовавших вопросы развития системы военного образования и совершенствования профессионализма военных преподавателей, можно прийти к выводу, что возможные пути решения этих вопросов существуют в достаточном многообразии, а при условии надлежащего изучения имеющегося научно-исследовательского материала и адекватного применения накопленного опыта, можно с достаточной степенью уверенности ожидать повышения педагогического мастерства преподавателей высших военных учебных заведений и, как следствие, качественного развития военного образования в целом.

Однако в этом случае логично предположить, что выбору способов должна предшествовать конкретизация проблемы. И чем более она будет детализирована, чем яснее будет представлена ее суть, тем точнее можно подобрать подходящий «инструмент», тем более оптимальными будут методы ее решения.

На основе вышесказанного цели и задачи процесса развития профессионализма военных педагогов, по мнению автора, будут выглядеть следующим образом:

Цель: создание комплекса организационных мероприятий, при котором совершенствование педагогического мастерства профессорско-преподавательского состава высших военных учебных

заведений станет естественным и неременным условием осуществления преподавателями своей профессиональной деятельности.

Задачи:

1. Разработка технологии становления профессорско-преподавательского состава высших военных учебных заведений (с детализацией этапов на всем пути осуществления служебной деятельности).

2. Разработка системы расчета рейтинга профессорско-преподавательского состава как мотивационно-стимулирующего фактора повышения педагогического мастерства.

3. Категорирование уровней профессиональной подготовки профессорско-преподавательского состава, определение критериев к ним.

В заключение хотелось бы добавить следующее. Безусловно, данная статья не является исчерпывающим решением всех проблем военного образования нашего государства; необходимы дальнейшие, более глубокие исследования. Однако первый шаг к решению любой проблемы – это признание ее существования. Именно осуществление этого шага ставится автором как задача данной статьи. Ведь на сегодняшний день, выражаясь словами Гилберта Честертона, «беда не в том, что они не видят решения, а в том, что они не видят проблемы...».

ЛИТЕРАТУРА

1. Указ Президента Республики Казахстан от 7 декабря 2010 года № 1118 Астана, Акorda.
2. Педагогика и психология высшей школы: Учебное пособие / Под ред. Булановой–Топорковой М. В. – Ростов-на-Дону, 2002. – 544 с.
3. Офицер – профессия идейная. Уроки истории. Военная мысль. Каменев А.И. <http://militera.lib.ru/science/vs17/36.html#>
4. Педагогические условия совершенствования психолого-педагогической подготовки начинающих преподавателей военного вуза – диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Калининград, 2007.
5. Развитие педагогического профессионализма преподавателя военного учебного заведения: докторская диссертация. – Ярославль, 2002.
6. История подготовки офицерских кадров в России. – М.: ВПА им. В. И. Ленина, 1990. – 195 с.
7. История подготовки офицерских кадров в СССР (1917–1984 гг.). – Новосибирск: НВВПУ, 1991. – 261 с.

Д. Ә. Кенжебаев

ӘСКЕРИ ЖОҒАРЫ ОҚУ ОРЫНДАРЫ ОҚЫТУШЫЛАРЫНЫҢ КӘСІБИ ДЕНҒЕЙІН ЖОҒАРЫЛАТУ ҚАЖЕТТІЛІГІ ЖӘНЕ ОСЫ МӘСЕЛЕНІ ШЕШУ ЖОЛДАРЫ

Мақалада әскери жоғары оқу орындары оқытушыларының кәсіби деңгейін жоғарылату қажеттілігі және осы мәселенің шешу жолдарына автордың көзқарасы қарастырылған.

D. A. Kenzhebayev

THE DEVELOPMENT OF THE PROFESSIONALISM OF TEACHERS HIGHER MILITARY EDUCATIONAL INSTITUTIONS

In this article the author's views are expounded to the necessity of development of professionalism of teachers of higher military educational institutions and possible solutions of this problem.

А. К. ШАЙМЕРДЕНОВА

МНОГОТИПНЫЕ ДРОБНО-ЛИНЕЙНЫЕ ВЕТВЯЩИЕСЯ ПРОЦЕССЫ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ*

Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

В работе рассматриваются многотипные дробно-линейные ветвящиеся процессы в неоднородной среде. Найдены асимптотики вероятностей невырождения процесса $\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0})$ в разных случаях, при $n \rightarrow \infty$.

1. Введение. В данной работе рассматривается модель ветвящегося процесса, где частицы размножаются независимо друг от друга. Процесс размножения начинается с одной частицы. Если начальная частица дает первый потомок, то последующие потомки рождаются согласно геометрическому распределению. Таким образом, производящая функция такого распределения имеет дробно - линейный вид:

$$f(s) = h_0 + \frac{h_1 s}{1 + m - ms},$$

где $h_0 + h_1 = 1$, и h_0 вероятность того, что не будет потомка, а $h_1 \left(\frac{m}{1+m} \right)^{k-1} \frac{1}{1+m}$, $k = 1, 2, \dots$

вероятность того, что частица имеет хотя бы один потомок.

Пусть i – фиксированное натуральное число. Частица типа i имеет потомков типа $1, 2, \dots$ с дробно-линейной производящей функцией

$$f_i(\mathbf{s}) = h_{i0} + \frac{\sum_{j=1}^{\infty} h_{ij} s_j}{1 + m - m \sum_{j=1}^{\infty} g_j s_j},$$

Первый потомок может зависеть от типа матери, а типы последующих потомков не зависят от типа матери.

В работе кроме частиц будем использовать термин индивидуум, которые живут случайное время, и производит случайное число потомков.

Дробно-линейные ветвящиеся процессы полностью описываются тройкой $(\mathbf{H}, \mathbf{g}, m)$. Поясним смысл этих характеристик. Вероятность того, что частица является частицей типа i равна g_i . Считаем, что $\sum_i g_i = 1$. Через \mathbf{g} обозначим векторное вероятностное распределение $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots)$. Субстохастическая матрица \mathbf{H} со строками $\mathbf{h}_i = (h_{i1}, h_{i2}, \dots)$, состоящая из неотрицательных чисел таких, что $\sum_{j=1}^{\infty} h_{ij} < 1$. Вероятностный смысл величины h_{ij} означает вероятность того, что у материнской частицы типа i появляется поколение частицы типа j . Тогда число $h_{i0} = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} h_{ij}$ означает вероятность отсутствия потомка у частицы типа i . Наконец, выясним вероятностный смысл последнего параметра тройки $(\mathbf{H}, \mathbf{g}, m)$. Частицы имеют геометрическое число последующих потомков со средним m . В терминах индивидуума каждый год за исключением последнего года его жизни каждый индивидуум дает потомство – независимое геометрическое число потомков со средним m .

*Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант 0732/ГФ, 2012 г. – 2014 г.

Одна из актуальных проблем в данной модели – это определение вероятности того, что частицы всех типов не вымрут за n поколений. Если вымрет один тип, то вымрут и остальные типы.

В подобной постановке такая проблема исследовалась в работе С.Сагитова [1]. Данная работа продолжает тематику работы [1]. Наша модель в отличие от ситуации работы [1] учитывает фактор изменения среды обитания. В целом, ветвящиеся процессы и их применения изучены в [2] и [3].

Постановка задачи

Рассмотрим два режима. Пусть в первом режиме, который длится n_0 поколений, многотипные ветвящиеся процессы задаются начальной тройкой $(\mathbf{H}_0, \mathbf{g}_0, m_0)$. Второй режим длительностью $(n - n_0)$ характеризуется тройкой $(\mathbf{H}_1, \mathbf{g}_1, m_1)$. Требуется при различных соотношениях между n_0 и $(n - n_0)$ найти асимптотические формулы для вероятностей невырождения процесса за n поколений, когда $n \rightarrow \infty$.

2. Необходимый математический аппарат и формулировка основного результата. Через $Z_i^{(n)}$ обозначим число частиц типа i в n -м поколении. В частности, если в начале отсутствуют частицы типа 2, то $Z_2^{(0)} = 0$. Введем матрицу средних значений \mathbf{M} с элементами m_{ij} . Величина m_{ij} означает условное математическое ожидание случайной величины $Z_j^{(1)}$, если начальное поколение представляет одну частицу типа i , т.е. $m_{ij} = E(Z_j^{(1)} | \mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{e}_i)$, где $\mathbf{e}_i = (\delta_{1i}, \delta_{2i}, \dots)$, δ_{ki} – символ Кронекера ($k = 1, 2, \dots$).

Пусть $m_{ij}^{(n)} = E(Z_j^{(n)} | \mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{e}_i)$ элементы матрицы средних значений за n поколений. Согласно теореме Перрона-Фробениуса, если некоторая степень матрицы \mathbf{M} строго положительна, тогда

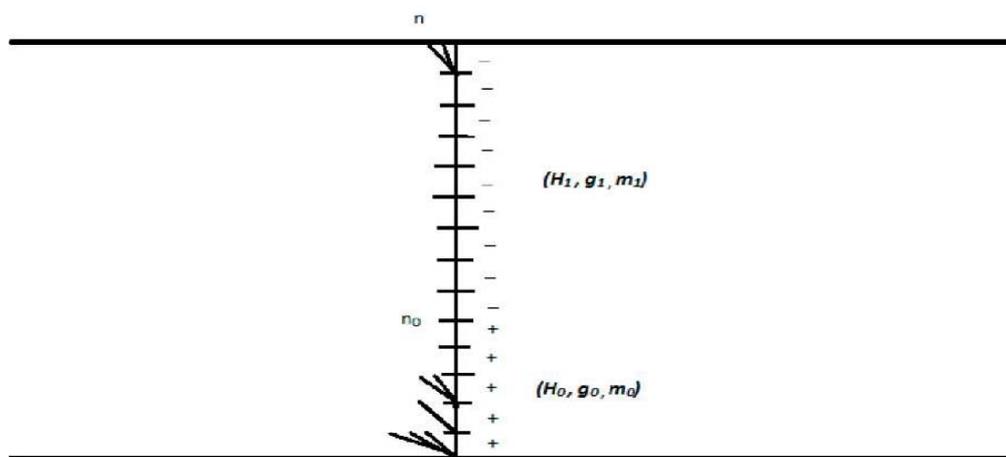
$$m_{ij}^{(n)} = \rho^n u_i v_j + O(\rho_0^n)$$

для некоторого $0 < \rho_0 < \rho < \infty$, где ρ максимальное собственное значение матрицы \mathbf{M} (положительное и простое собственное значение). Обычная классификация ветвящихся процессов зависит от значения интенсивности роста ρ :

- надкритический ($\rho > 1$),
- докритический ($\rho < 1$),
- критический ($\rho = 1$).

Векторы \mathbf{u} и \mathbf{v} положительный правый и левый собственные векторы, такие что $(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = 1$, $(\mathbf{v}, \mathbf{1}) = 1$. Левый собственный вектор описывает асимптотический баланс среди типов, а правый собственный вектор сравнивает продуктивность разных типов.

Параметр $\beta = m \sum_{n=1}^{\infty} n \rho^{-n} \mathbf{g} \mathbf{H}^n \mathbf{1}^t$ дает средний возраст матери индивидуума в момент рождения ребенка.



Спинное представление дерева Гальтона-Ватсона, достигнувшего наблюдаемый уровень в неоднородной среде

Теорема. Вектор вероятности невырождения удовлетворяет

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0}) = \mathbf{H}_0^{(n_0)} \mathbf{H}_1^{(n-n_0)} \mathbf{1}^t = \frac{1}{1 + m_0^{(n_0)} + m_1^{(n-n_0)}} \mathbf{M}_0^{n_0} \mathbf{M}_1^{n-n_0} \mathbf{1}^t.$$

Доказательство. Предположим, что в каждом поколении будет хотя бы одна частица. И эти частицы будут спиной дерева Гальтона–Ватсона, как на рисунке 1, т.е., по крайней мере, одна частица достигает n -ое поколение. Аналогично однородному случаю (см.[1]) с помощью спинного представления получаем среднее число частиц в n -м поколении, кроме первой частицы в каждом поколении (при условии, что такая есть). Вектор $m_0 \mathbf{g}_0 \mathbf{M}_0^{n_0-r-1} \mathbf{M}_1^{n-n_0}$ представляет среднее число частиц в n -м поколении, вытекающих из спинной частицы, сидящей на уровне $r \in [0, n-1]$, когда $r < n_0$. Тогда также вектор $m_1 \mathbf{g}_1 \mathbf{M}_1^{n-r-1}$ представляет среднее число частиц в n -м поколении, вытекающих из спинной частицы, сидящей на уровне $r \in [0, n-1]$, когда $r \geq n_0$. На каждом уровне r существует геометрическое число частиц со средним m_1 или m_2 . Суммируя все спинные частицы, получим

$$m_0^{(n_0)} \mathbf{g}_0^{(n_0)} + m_1^{(n-n_0)} \mathbf{g}_1^{(n-n_0)} = m_0 \mathbf{g}_0 \mathbf{M}_0^{n_0-1} \mathbf{M}_1^{n-n_0} + m_0 \mathbf{g}_0 \mathbf{M}_0^{n_0-2} \mathbf{M}_1^{n-n_0} + \dots + m_0 \mathbf{g}_0 \mathbf{M}_1^{n-n_0} + m_1 \mathbf{g}_1 \mathbf{M}_1^{n-n_0-1} + m_1 \mathbf{g}_1 \mathbf{M}_1^{n-n_0-2} + \dots + m_1 \mathbf{g}_1 \quad (1)$$

Отсюда, умножая (1) справа на вектор из единиц,

$$m_0^{(n_0)} + m_1^{(n-n_0)} = m_0 \sum_{k=0}^{n_0-1} \mathbf{g}_0 \mathbf{M}_0^k \mathbf{M}_1^{n-n_0} \mathbf{1}^t + m_1 \sum_{j=0}^{n-n_0-1} \mathbf{g}_1 \mathbf{M}_1^j \mathbf{1}^t.$$

Также отметим, что производящая функция за n поколений сохраняет дробно-линейность, т.е.

$$f_i^{(n)}(\mathbf{s}) = h_{is}^{(n)} + \frac{\sum_{j=1}^n h_{ij}^{(n)} s_j}{1 + m^{(n)} - m^{(n)} \sum_{i=1}^n g_i^{(n)} s_j}.$$

Отсюда матрица средних значений за n поколений записывается формулой $(f_i^{(n)}(\mathbf{1}))_s^t = \mathbf{M}^n = \mathbf{H}^{(n)} + m^{(n)} \mathbf{H}^{(n)} \mathbf{1}^t \mathbf{g}^{(n)}$. Выражая матрицу переходных вероятностей за n поколений $\mathbf{H}^{(n)}$ через матрицу средних значений за n поколений \mathbf{M}^n , получим $\mathbf{H}^{(n)} = \mathbf{M}^n - \frac{m^{(n)}}{1+m^{(n)}} \mathbf{M}^n \mathbf{1}^t \mathbf{g}^{(n)}$. Аналогично этому получим формулу для двухрежимного случая:

$$\mathbf{H}_0^{(n_0)} \mathbf{H}_1^{(n-n_0)} = \mathbf{M}_0^{n_0} \mathbf{M}_1^{n-n_0} - \frac{1}{1 + m_0^{(n_0)} + m_1^{(n-n_0)}} \mathbf{M}_0^{n_0} \mathbf{M}_1^{n-n_0} \mathbf{1}^t (m_0^{(n_0)} \mathbf{g}_0^{(n_0)} + m_1^{(n-n_0)} \mathbf{g}_1^{(n-n_0)}) \quad (2)$$

Формула для вероятности невырождения легко проверяется умножением формулы (2) справа на вектор из единиц.

Для упрощения формулы вероятности невырождения применим теорему Перрона-Фробениуса в частных случаях, где ρ -перронов корень.

• Обе среды являются надкритическими ($\rho_0 > 1, \rho_1 > 1$), тогда при $n_0 \rightarrow \infty, n - n_0 \rightarrow \infty$ вероятность невырождения

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0}) \rightarrow \frac{\beta_0(\rho_0 - 1)}{1 + m_0} \mathbf{u}_0^t$$

• Среда критическая, т.е. $\rho_0 = 1, \rho_1 = 1$, тогда при $n_0 \rightarrow \infty, n - n_0 \rightarrow \infty$ и $\frac{n_0}{n} \rightarrow \alpha$ ($0 < \alpha < 1$) вероятность невырождения

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0}) \sim \frac{K_\alpha}{n} \mathbf{u}_0^t,$$

где

$$K_\alpha = \frac{c_0}{\frac{1+m_1}{\beta_1}(1-\alpha) + \frac{1+m_0}{\beta_0}\alpha c_0}, \quad c_0 = (\mathbf{v}_0 \mathbf{u}_1^t).$$

• Случай, когда одна из сред докритическая, а другая надкритическая ($\rho_0 < 1, \rho_1 > 1$), тогда вероятность невырождения

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0}) \sim \frac{\rho_0^{n_0} \beta_0 (1 - \rho_0)}{1 + m_0} \mathbf{u}_0^t$$

при $n_0 \rightarrow \infty, n - n_0 = \text{const}$.

• Обе среды докритические, т.е. $\rho_0 < 1, \rho_1 < 1$, тогда вероятность невырождения

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0}) \sim \frac{c_0 \rho_0^{n_0} \rho_1^{n-n_0} \beta_1 (1 - \rho_1)}{1 + m_1} \mathbf{u}_0^t$$

при $n_0 \rightarrow \infty, n - n_0 \rightarrow \infty$, где $c_0 = (\mathbf{v}_0 \mathbf{u}_1^t)$.

• Случай, когда одна из сред докритическая, а другая надкритическая ($\rho_0 < 1, \rho_1 > 1$), тогда при $n_0 = \text{const}, n \rightarrow \infty$ вероятность невырождения

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0}) \rightarrow \frac{\rho_0^{n_0} \beta_0 (1 - \rho_0)}{(1 + m_0)(1 - \rho_0^{n_0})} \mathbf{u}_0^t.$$

Выражаю благодарность профессору С.Сагитову за постановку задачи и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sagitov S.* Linear-fractional branching processes with countably many types // Stoch. Proc. Appl.(preprint) 2011 (<http://arxiv.org/abs/1111.4689>)
2. *Athreya K.B., Ney P.E.* Branching processes. – Springer-Verlag, New York- Heidelberg, 1972. – 285 p.
3. *Ватутин В.А.* Ветвящиеся процессы и их применение. – М.: МИАН, 2008. – 108 с.

REFERENCES

1. *Sagitov S.* Linear-fractional branching processes with countably many types Stoch. Proc. Appl.(preprint) **2011** (<http://arxiv.org/abs/1111.4689>) (in English)
2. *Athreya K.B., Ney P.E.* Branching processes. Springer-Verlag, New York- Heidelberg, **1972**. 285 p. (in English)
3. *Vatutin V.A.* Vetyashiesya processy i ih primeneniye. M.: MIAN, **2008**. 108 s. (in Russian)

А. Қ. Шаймерденова

БІРТЕКТІ ЕМЕС ОРТАДАҒЫ КӨП ТИПТІ БӨЛШЕК-СЫЗЫҚТЫ БҰТАҚТАЛАТЫН ҮДЕРІСТЕР

Жұмыста көп типті бөлшек-сызықты бұтақталатын үдерістер біртекті емес ортада қарастырылған. Типтің жоғалмауының $\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0})$ асимптотикасы әртүрлі жағдайларда табылды.

A. K. Shaimerdenova

LINEAR-FRACTIONAL BRANCHING PROCESSES WITH COUNTABLY MANY TYPES IN NONHOMOGENEOUS ENVIRONMENT

Consider the linear-fractional branching processes with countably many types in nonhomogeneous environment. The asymptotics of survival probability $\mathbb{P}(\mathbf{Z}^{(n)} \neq \mathbf{0})$ were found in different cases.

В. А. ТИМИРЯЗЕВ¹, Т. М. МЕНДЕБАЕВ², А. З. ГАБДУЛЛИНА²

УПРАВЛЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫМИ СВЯЗЯМИ МНОГОЦЕЛЕВЫХ СТАНКОВ

¹МГТУ «Станкин», г. Москва,
²КазНТУ им. К. И. Сатпаева, г. Алматы

Рассмотрены вопросы управления геометрической точностью многоцелевых станков на основе аттестации пространственных отклонений в рабочей зоне станка и введения соответствующей коррекции в управляющую программу станка.

Ключевые слова: позиционные отклонения, рабочая зона, коррекция, управляющая программа станка.

Движения формообразования при обработке деталей на станках создаются соответствующими относительными перемещениями исполнительных поверхностей станка, на которых базируются заготовка и режущий инструмент. При этом требуемая траектория относительного движения исполнительных поверхностей достигается в результате перемещения по управляемым координатам X, Y, Z, φ, ψ подвижных узлов станка (столов, суппортов, кареток), базирование которых осуществляется по соответствующим направляющим.

На рис. 1 представлен многоцелевой станок горизонтальной компоновки, управляемые координаты которого образуют вектор управления $U = (X, Y, Z, \varphi, \psi)$.

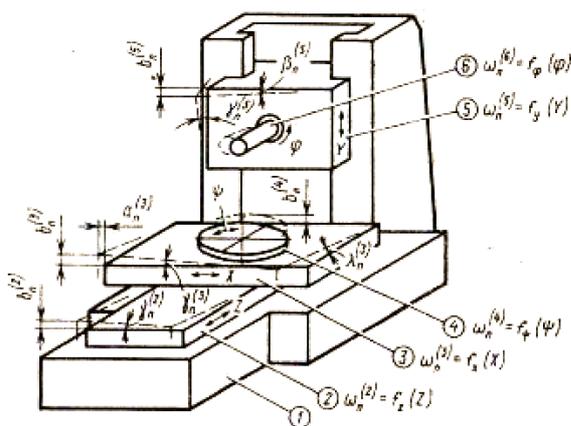


Рис. 1.
Формирование пространственных
позиционных отклонений
при перемещении узлов станка
по управляемым координатам

Точность позиционных перемещений каждого из перемещаемых узлов характеризует текущий вектор установки $\omega_n^{(i)} = (a_n^{(i)}, b_n^{(i)}, c_n^{(i)}, \lambda_n^{(i)}, \beta_n^{(i)}, \gamma_n^{(i)})$ параметры которого меняются с изменением соответствующей управляемой координаты. При этом параметры вектора установки в данном случае имеют нижний индекс «п», так как характеризуют отклонения, возникающие при позиционировании узлов станка. Верхний индекс i обозначает номер перемещаемого узла.

Привод по каждой управляемой координате определяет точность только одного из шести параметров вектора позиционирования определенного узла:

продольный стол $\omega_n^{(2)}(z) = (a_n^{(2)}, b_n^{(2)}, [c_n^{(2)}], \lambda_n^{(2)}, \beta_n^{(2)}, \gamma_n^{(2)})$, координата $Z \rightarrow [c_n^{(2)}]$;

поперечный стол $\omega_n^{(3)}(x) = ([a_n^{(3)}], b_n^{(3)}, c_n^{(3)}, \lambda_n^{(3)}, \beta_n^{(3)}, \gamma_n^{(3)})$, координата $X \rightarrow [a_n^{(3)}]$;

поворотный стол $\omega_n^{(4)}(\psi) = (a_n^{(4)}, b_n^{(4)}, c_n^{(4)}, \lambda_n^{(4)}, [\beta_n^{(4)}], \gamma_n^{(4)})$, координата $\psi \rightarrow [\beta_n^{(4)}]$;

шпиндельная бабка $\omega_n^{(5)}(\psi) = (a_n^{(5)}, [b_n^{(5)}], c_n^{(5)}, \lambda_n^{(5)}, \beta_n^{(5)}, \gamma_n^{(5)})$, координата $Y \rightarrow [b_n^{(5)}]$.

Значения остальных пяти составляющих вектора позиционирования для рассматриваемых узлов зависят от геометрической точности станка – от прямолинейности направляющих, от величины зазоров в направляющих и других систематических и случайных факторов, определяющих точность перемещения узла.

Таким образом, позиционирование узла по одной из управляемых координат приводит к возникновению на замыкающем звене пространственных отклонений по всем шести параметрам вектора ω_n . Это означает, что при перемещении по одной управляемой координате одновременно происходит формирование отклонений в других направлениях, движение по которым не программируется. При этом формируемые отклонения могут превышать точность позиционирования по соответствующей координате в 1,5...3 раза. Все эти отклонения формируются на этапе статической настройки, в процессе позиционирования рабочих органов станка в соответствии с заданной управляющей программой.

Таким образом, если каждому значению управляемой координаты $U = (X, Y, Z, \varphi, \psi)$ поставить в соответствие связанные с ними значения параметров векторов позиционирования $\omega_n^{(2)}; \omega_n^{(3)}; \omega_n^{(4)}; \omega_n^{(5)}$, то можно определить согласно (17.8) отклонения вектора статической настройки $\Delta k_{сп}$ в любой точке $N_i(x_i, y_i, z_i)$ рабочего объема станка:

$$N_i(x_i, y_i, z_i) \Rightarrow \Delta_{ci}(\Delta_{cx\Pi}, \Delta_{cy\Pi}, \Delta_{cz\Pi}).$$

Схема пространственных позиционных отклонений в рабочей зоне многоцелевого станка фрезерно-расточного типа (см. рис. 1), полученная в результате аттестации его геометрической точности, представлена на рис. 2.

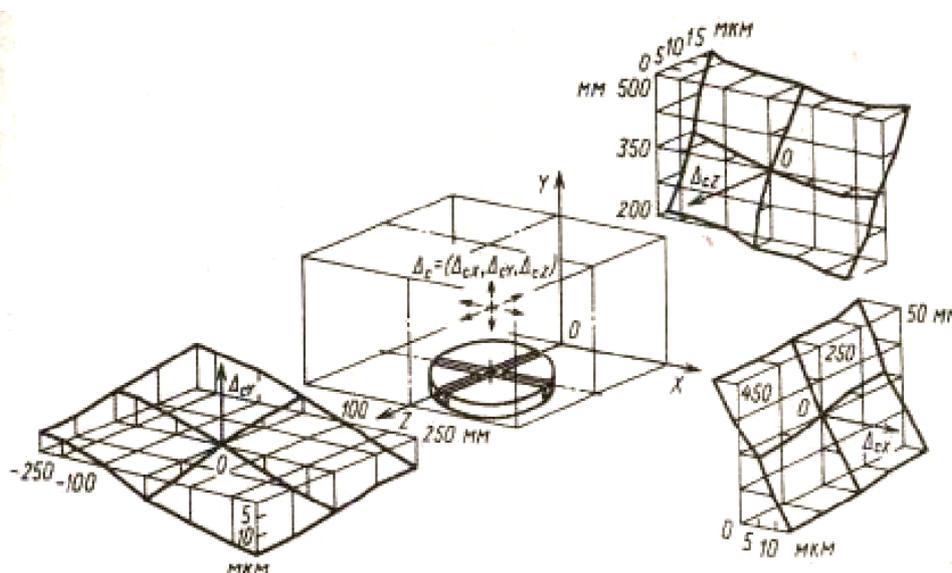


Рис. 2. Пространственные позиционные отклонения в рабочей зоне многоцелевого станка

Для компенсации возникающих позиционных отклонений $\Delta k_{сп}$ применяют способ коррекции. Он заключается в том, что в соответствии с выявленными значениями отклонений в определенной точке рабочей зоны станка $\Delta_{ci} = (\Delta_{cx\Pi}, \Delta_{cy\Pi}, \Delta_{cz\Pi})$ автоматически вносится необходимая поправка в управляемые координаты соответствующего кадра программы:

$$(K_{xi}, K_{yi}, K_{zi}) = [(-\Delta_{cxi}), (-\Delta_{cxi}), (-\Delta_{czi})],$$

для $x_i \in (x_{\max} \dots x_{\min})$; $y_i \in (y_{\max} \dots y_{\min})$; $z_i \in (z_{\max} \dots z_{\min})$.

Управление многоцелевым станком с использованием ЭВМ позволяет реализовать способ внесения коррекции в программу управления станком путем изменения текстов кадров программы непосредственно перед подачей получаемой от них информации на обработку станком.

Такой способ коррекции позволяет оперативно по ходу выполнения обработки вносить требуемые изменения в текст соответствующего кадра управляющей программы. При этом ограничением корректирующей процедуры может явиться лишь время, необходимое на изменение требуемого параметра, при котором не нарушается непрерывность процесса обработки детали.

Согласно алгоритму управления, реализуемому с помощью ЭВМ, в начале происходит чтение каждого из кадров программы, заданных в коде ISO-7bit, а затем при необходимости выполняется коррекция заданных значений управляющих координат по формулам:

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ \psi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_X \\ K_Y \\ K_Z \\ K_\psi \end{pmatrix}$$

где (X, Y, Z, ψ) – координаты, заданные в исходной программе управления станком; K_X, K_Y, K_Z, K_ψ – значения коррекции по каждой из управляющих координат; X^*, Y^*, Z^*, ψ^* – откорректированные значения координат, передаваемые на обработку исполнительным механизмам станка.

Коррекция, вносимая по каждой управляющей координате, определяется, в свою очередь, выражением:

$$\begin{pmatrix} K_X \\ K_Y \\ K_Z \\ K_\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z & a_\psi \\ b_x & b_y & b_z & b_\psi \\ c_x & c_y & c_z & c_\psi \\ d_x & d_y & d_z & d_\psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \psi \end{pmatrix}, \quad (1)$$

или в краткой форме записи

$$K = A \cdot Y,$$

где A – матрица функциональных коэффициентов, учитывающих влияние текущих координат на значение корректирующего воздействия.

Элементы матрицы A определяют согласно выражению (1) путем составного преобразования, связанного с суммированием соответствующих элементов прямоугольных матриц, учитывая при этом связь между координатами точек обрабатываемой поверхности детали (x_D, y_D, z_D) , размерами вылета инструмента $(x_{и}, y_{и}, z_{и})$ и текущими значениями управляемых координат (X, Y, Z) .

Таким образом, при выполнении установочных и формообразующих движений обеспечивается коррекция относительных перемещений детали и режущего инструмента K_X, K_Y, K_Z с целью компенсации пространственных отклонений $\Delta_{c_i} = (\Delta_{cX}, \Delta_{cY}, \Delta_{cZ})$ в каждой точке рабочей зоны, обусловленных погрешностью позиционных перемещений и отклонениями геометрической точности оборудования. Коррекция относительного поворота K_ψ осуществляется при наличии угловых отклонений Δ_ψ в положении устанавливаемой детали и спутника. В тех случаях, когда компенсируется только часть позиционных отклонений, определяемая как «погрешность позиционирования по заданной координате», возникающая в результате неточности изготовления ходовых винтов и обработки программы, выражение (2) принимает вид:

$$\begin{pmatrix} K_X^* \\ K_Y^* \\ K_Z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x^* & & 0 \\ & b_y^* & \\ 0 & & c_z^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В выражении (2) элементы $a_x^*; b_y^*; c_z^*$ представляют собой диагональные элементы матрицы A (см. 1), которые учитывают отклонения трех параметров смещения по осям X, Y, Z , возникающие в результате неточности работы привода по соответствующей координате.

Автоматическое внесение требуемой коррекции в программу станка по ходу обработки означает, что заданные в исходной программе установочные и формообразующие движения дополняются малыми перемещениями, обусловленными действием корректирующих процедур.

Управление станка путем использования ЭВМ или микропроцессора позволяет реализовать предложенный способ управления с точностью в виде программно-реализованной корректирующей процедуры, составленной как рабочая программа, размещенная в памяти ЭВМ. Разработанная программа коррекции точности позиционных перемещений имеет иерархическую модульную структуру. Это позволяет путем введения дополнительных программных блоков компенсировать не только отклонения геометрической точности станка, но также температурные деформации, размерный износ инструмента и другие постоянные и систематические факторы, в том числе и отклонения, обусловленные погрешностью установки детали, спутника и инструмента.

Алгоритм выполнения коррекции на основе модификации заданных в программе значений управляемых координат представлен на рис. 3. Выполнение корректирующей процедуры осуществляется в процессе обработки детали при трансляции управляющей программы на станок, т. е. непосредственно перед подачей соответствующего кадра на отработку в систему ЧПУ. Это означает выполнение требований управления станком в реальном масштабе времени.

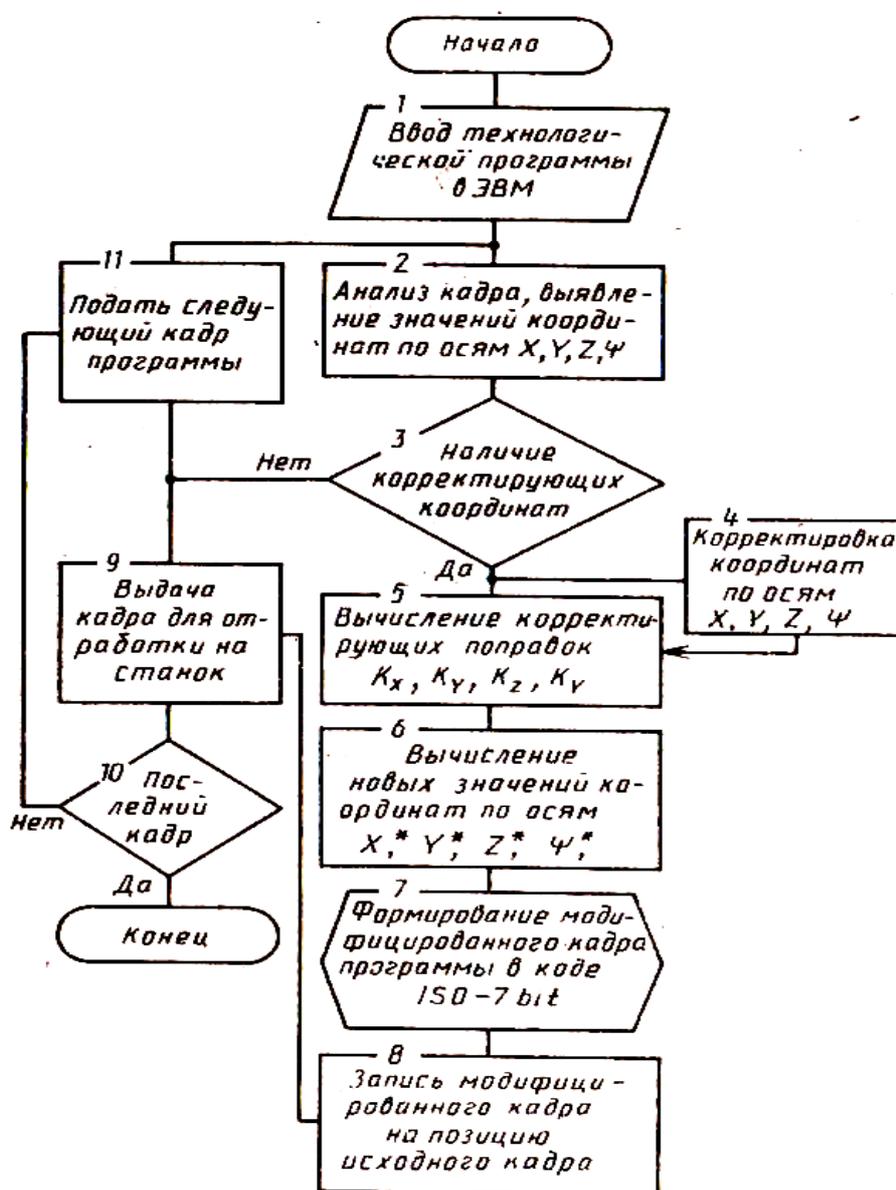


Рис. 3. Алгоритм коррекции управляемых координат станка, основанный на модификации соответствующих кадров задаваемой программы

В процессе трансляции поочередно просматриваются все кадры технологической программы, и для выполнения корректирующей процедуры выбираются те из них, в которых содержится информация о значении задаваемых перемещений в направлении соответствующих управляемых координат. Таким образом, основные исходные параметры, определяющие значение и точность задаваемых перемещений, получают автоматически непосредственно из технологической программы. Обращение к программному блоку для расчета корректирующих поправок происходит на основе полученной информации. Значения функциональных коэффициентов, учитывающих влияние текущих координат на значение корректирующего воздействия, задают в ЭВМ до начала обработки.

Для введения в ЭВМ необходимой информации о геометрической точности станка могут быть использованы также программные таблицы, ставящие в соответствие значения управляемых координат X, Y, Z, ψ и необходимых корректирующих поправок K_x, K_y, K_z .

Новые значения управляющих координат, полученные после введения корректирующих поправок, помещаются на место прежних, и модифицированный кадр передается для отработки на станок. Предложенный способ пространственной коррекции позиционных отклонений может быть реализован также и на обычных многоцелевых станках и станках с ЧПУ, не имеющих канала прямого управления от ЭВМ. В этом случае корректирующая процедура выполняется до начала обработки. В ЭВМ загружают технологическую программу обработки детали и на выходе получают модифицированную управляющую программу станка, в которой учитывается геометрическая точность станочного оборудования, используемого для обработки данной детали.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тимирязев В.А., Кутин А.А., Схиртладзе А.Г.* Основы технологии машиностроения. Учебник для вузов. – МГТУ: «Станкин», 2011. – 363 с.
2. *Схиртладзе А.Г.* Технологические процессы в машиностроении. Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2007. – 416 с.

В. А. Тимирязев, Т. М. Мендебаяев, А. З. Габдуллина

КӨП МАҚСАТТЫ СТАНОКТАРДЫ ПОЗИЦИЯЛЫҚ БАЙЛАНЫСТАРЫМЕН БАСҚАРУ

Станоктың жұмыс аймағындағы кеңістіктік ауытқуларды аттестациялау негізінде геометриялық дәлдікпен көпмақсатты станокты басқару мәселелері және станоктың басқару бағдарламасына тиісті түзетулер енгізу қарастырылған.

Негіз сөздер: позициялық ауытқулар, жұмыс аймағы, түзету, станоктың басқару бағдарламасы.

V. A. Timirayzev, T. M. Mendebayev, A. Z. Gabdullina

RELATIONS DEPARTMENT POSITIONAL MACHINING

The questions of control geometric precision machining centers based on certification of spatial variations in the working area of the machine and the introduction of appropriate correction for the program the machine.

Keywords: positional deviation, work area, correction, machine control program.

Конференции, семинары

СЕМИНАР на тему «Публикация научного журнала»

Национальной академией наук Республики Казахстан 7–8 ноября 2012 г. в Малом зале «Ғылым Ордасы» совместно с директором ELSEVIER господином Себастианом Штраубом был проведен двухдневный практический семинар по развитию академических журналов. На семинаре обсуждались такие темы, как: «Интерактивный обзор», «Индексирование», «Проверка», «Этика ученого», «Стандарты», «Распространение» и другие. Встреча была нацелена на публикацию журналов, а также на тренинги для руководителей и ученых секретарей институтов, редакторского состава, разработке Единой инструкции для академических журналов, а также по вопросам экспертной оценки, этики, конфиденциальности и т.д.

В целях создания благоприятных условий для публикаций трудов казахстанских ученых и доступа к единому научному информационному пространству, обеспечения централизованного доступа к мировой информации, стимулирования развития казахстанских, региональных информационных ресурсов, стремления к следующим преимуществам:

- повышения индекса цитируемости ученых;
- повышения международного рейтинга;
- привлечения лучших зарубежных ученых для проведения совместных исследований и т.д.

Сотрудничество с этой компанией вызывает большой интерес не только для Академии, но и для всего научного сообщества Казахстана.

День 1. Среда, 7 ноября.

День 2: РАЗВИТИЕ ЖУРНАЛА

Тема: «ПУБЛИКАЦИЯ НАУЧНОГО ЖУРНАЛА»

Комментарии
Приветствие участников
Введение
Обсуждение повестки дня
Введение в научную публикацию
История
Функции научной публикации
Будущее
Что такое «международные стандарты»
«Правила» и Этика
Этика
Обнародование
Авторство
Плагиат
Авторские права
Обсуждение вопросов этики
Научная работа
Каковы элементы и структура научной работы
Как они влияют на качество научной работы

Введение
Вопросы по вчерашним темам
Обсуждение
Публикации – производственный процесс
Подача на рассмотрение в электронном виде
Производство
Распространение
Индексирование
Вопросы
Видение казахстанских журналов
Производство
Развитие
От местного – к региональному и международному
Обсуждение
Практическая часть
Что мы можем вам предложить?
Что мы попросим от вас?
Закрытие

Процесс рассмотрения журналов
Как правильно их рассматривать
Кто должен рассматривать
Виды решений
Обсуждение

Хроника

ХАБАРЛАНДЫРУ

Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы өзінің Жалпы жиналысының және Төралқасының шешімдеріне сәйкес ҚР ҰҒА-сының корреспондент мүшелерін сайлау үшін мына мамандықтар бойынша конкурс жариялайды:

1. **Физика, математика, информатика бөлімшесі бойынша:** Физика – 2; Математика – 3; Информатикалық технология – 1; Механика – 1; Астрофизика – 1; Ғарыштық технологиялар – 1.

2. **Жер туралы ғылымдар бөлімшесі бойынша:** Геология – 2; География – 2; Металлургия – 2; Тау-кен ісі – 2, Гидрогеология – 1, Сейсмология – 1.

3. **Химия және технология бөлімшесі бойынша:** Химия – 3; Химиялық технология – 3; Жаңа материалдар технологиясы – 2.

4. **Биология және медицина бөлімшесі бойынша:** Биология – 4; Медицина – 4; Биотехнология – 1.

5. **Қоғамдық және гуманитарлық ғылымдар бөлімшесі бойынша:** Экономика – 1; Социология – 1; Саясаттану – 1; Юриспруденция – 1; Педагогика – 2; Тіл білімі – 2, Әдебиеттану – 2; Тарих – 2; Шығыстану – 1, Археология – 1; Философия – 1; Өнертану – 1.

6. **Аграрлық ғылымдар бөлімшесі бойынша:** Ауыл шаруашылығы – 5 (соның ішінде 2 – аймақ бойынша); Мал шаруашылығы – 1; Ветеринария – 2.

Құжаттар қабылдау кезіндегі негізгі талаптар: ғылым докторы ғылыми дәрежесі (ҚР БҒМ-нің диплом көшірмесі немесе ҚР БҒМ-нің нострификациясы), жарияланған ғылыми жұмыстарының тізімі, жеке куәлігінің көшірмесі, ЖОО-ның, ғылыми ұйымның Ғылыми кеңесінің немесе ҚР ҰҒА-сының үш академигінің ұсынысы (хаттама). Сайлауды өткізу тәртібін ҚР ҰҒА-сының Жарғысына сай Төралқа белгілейді. ҚР ҰҒА-сының Төралқасы жұмыс барысында туындаған айрықша жағдайлар мен ұйымдастыру мәселелерін қарап, олар туралы қорытынды шешім қабылдауға құқылы. Құжаттарды республикалық БАҚ-тарда хабарландыру жарияланғаннан кейін бір ай мерзім ішінде тапсыру қажет. Үміткерлер тізімі БАҚ-та сайлаудың басталуына 15 күн қалғаннан кешікпей жарияланады.

Анықтама үшін байланыс телефоны: 8(727)-272-55-61; 261-00-25.

Мекен-жайы: Алматы қ., Шевченко к. 28-үй, 2 қабат, 214 бөлме.

Толық анықтама ҚР ҰҒА сайтында: www.akademiyanauk.kz

Мекен-жайы: Алматы қ., Шевченко к. 28-үй, 2 қабат, 214 бөлме.

Толық анықтама ҚР ҰҒА сайтында: www.akademiyanauk.kz

Егемен Қазақстан,
07.11.2012

ОБЪЯВЛЕНИЕ

Национальная академия наук Республики Казахстан в соответствии с решениями Общего собрания и Президиума объявляет конкурс для избрания членов-корреспондентов НАН РК по следующим специальностям:

1. По отделению физики, математики, информатики: Физика – 2; Математика – 3; Информационная технология – 1; Механика – 1; Астрофизика – 1; Космические технологии – 1.

2. По отделению наук о Земле: Геология – 2; География – 2; Metallургия – 2; Горное дело – 2; Гидрогеология – 1; Сейсмология – 1.

3. По отделению химии и технологии: Химия – 3; Химическая технология – 3; Технология новых материалов – 2;

4. По отделению биологии и медицины: Биология – 4; Медицина – 4; Биотехнология – 1;

5. По отделению общественных и гуманитарных наук: Экономика – 1; Социология – 1; Политология – 1; Юриспруденция – 1; Педагогика – 2; Языкознание – 2; Литературоведение – 2; История – 2; Востоковедение – 1; Археология – 1; Философия – 1; Искусствоведение – 1.

6. Отделение аграрных наук: Сельское хозяйство – 5 (в том числе 2 – по регионам); Животноводство – 1; Ветеринария – 2.

Основные требования при приеме документов: ученая степень доктора наук (копия диплома МОН РК или нострификация МОН РК), список опубликованных научных трудов, копия удостоверения личности, рекомендация (протокол) Ученого Совета научной организации, вуза или трех академиков НАН РК. Порядок проведения выборов устанавливается Президиумом согласно Устава НАН РК. Президиум НАН РК вправе рассмотреть исключительные случаи и организационные вопросы, возникающие в ходе работы и принять по ним окончательное решение. В связи с тем, что НАН РК не имеет для проведения конкурса штатных сотрудников, конкурс проводится на платных условиях. Смета расходов утверждается Президиумом и проверяется Ревизионной комиссией НАН РК. Срок подачи документов – один месяц со дня опубликования объявления в республиканских СМИ. Список претендентов будет опубликован в СМИ не позднее, чем за 15 дней до начала выборов. Вакансии определяются по отношению к контингенту членов НАН РК 1995 г.

Контактные телефоны для справок: 8-(727)-272-55-61, 8-(727)-272-55-61; 261-00-25.

Адрес: г. Алматы, ул. Шевченко, 28, 2 этаж, каб. 214.

Подробности на сайте НАН РК: www.akademiyanauk.kz

Казахстанская правда
07.11.2012

МАЗМҰНЫ

Ғылыми мақалалар

<i>Елеусізов Д.А.</i> Екінші текті Стирлинг санын талдап қорыту.....	3
<i>Сәрсенгелдин М.М.</i> Бір Стефан тест есебінің ықтималдық интеграл функциясы арқылы шешімі.....	5
<i>Байсақов Б.Б., Ақшабаев А.К., Найзабаева Л.</i> 3D камерасының және қашықтық туралы ақпараттың көмегімен ауани нысандарды басқару.....	8
<i>Мартынов Н.И.</i> Біртекті емес анизотроптық ортаның жазық серпімділік теориясындағы нақты конформды бейнелеулер.....	11
<i>Алексеева А.В.</i> Кортвега-де Фриздің (2+1)-өлшемді талдап қорытылған теңдеулері.....	19
<i>Әлімжанов А.М.</i> Жерасты қазбасының контур маңы аумағының кернеулі-деформациялық күйін есептеуге қажет болатын шектен арғы деформацияланатын кен жынысы қатпарларының сызықтық емес үлгісі.....	25
<i>Баешов Ә.Б., Иванов Н.С., Мырзабеков Б.Э.</i> Тұз қышқылы ерітіндісіндегі мыс электродының электрохимиялық қасиеті.....	33
<i>Ишекбаев Ж.Е.</i> ТМД елдері ұлттық экономикасының әлеуметтік-саяси бәсекелестікке қабылеттілігін жоғарылатудың алғышарттары.....	37
<i>Кенжебаев Д.Ә.</i> Әскери жоғары оқу орындары оқытушыларының кәсіби деңгейін жоғарылату қажеттілігі және осы мәселені шешу жолдары.....	42
<i>Шаймерденова А.Қ.</i> Біртекті емес ортадағы көп типті бөлшек-сызықты бұтақталатын үрдістер.....	46
<i>Тимирязев В.А., Мендебаяев Т.М., Ғабдуллина А.З.</i> Көпмақсатты станоктарды позициялық байланыстарымен басқару.....	50

Конференциялар, семинарлар

«Ғылыми журналдардың жарияланымы» атты тақырыптағы ELSEVIER семинары.....	55
---	----

Хроника

ҚР ҰҒА-на корреспондент мүшелер сайлау туралы ақпараттық хабар.....	56
---	----

СОДЕРЖАНИЕ

Научные статьи

<i>Елеусизов Д.А.</i> Обобщенные числа Стирлинга второго рода.....	3
<i>Сарсенгельдин М.М.</i> Приближенное решение одной тестовой задачи Стефана методом интегральной функции ошибок.....	5
<i>Байсаков Б.Б., Акиабаев А.К., Найзабаева Л.</i> Управление виртуальным объектом с помощью информации о расстоянии и 3D камеры.....	8
<i>Мартынов Н.И.</i> Квазиконформные отображения в плоской теории упругости неоднородной анизотропной среды.....	11
<i>Алексеева А.В.</i> (2+1)-мерные обобщения уравнения Кортевега-де Фриза.....	19
<i>Алимжанов А.М.</i> Нелинейная модель за пределами деформируемого массива горных пород для расчета НДС пород приконтурной зоны подземных выработок.....	25
<i>Баеиов А.Б., Иванов Н.С., Мырзабеков Б.Э.</i> Электрохимическое поведение медного электрода в солянокислой среде.....	33
<i>Иштекбаев Ж.Е.</i> Предпосылки повышения социально-политической конкурентоспособности национальной экономики стран СНГ.....	37
<i>Кенжебаев Д.А.</i> К вопросу о развитии профессионализма преподавателей высших военных учебных заведений... ..	42
<i>Шаймерденова А.К.</i> Многотипные дробно-линейные ветвящиеся процессы в неоднородной среде.....	46
<i>Тимирязев В.А., Мендебаев Т.М., Габдуллина А.З.</i> Управление позиционными связями многоцелевых станков.....	50

Конференции, семинары

Семинар ELSEVIER на тему: «Развитие журналов».....	55
--	----

Хроника

Информационное сообщение о выборах в члены-корреспонденты НАН РК.....	56
---	----

CONTENTS

Scientific articles

<i>Yeliussizov D.A.</i> Stirling numbers over restricted partitions of sets.....	3
<i>Sarsengeldin M.M.</i> Approximate solution of one Stefan test problem by the integral error functions method (IEF method).....	5
<i>Baisakov B., Akshabayev A., Naizabayeva L.</i> Managing a virtual object using A 3D camera distance information.....	8
<i>Martinov N.I.</i> Quasiconformal mappings in the plane elasticity theory inhomogeneous anisotropic media.....	11
<i>Alexeyeva A.V.</i> (2+1)-Dimensional generalizations of the Korteweg-de Vries equations.....	19
<i>Alimzhanov A.M.</i> Non-linear model of the over-limiting deformable rock massif for analysis stress-strain state around underground working.....	25
<i>Baieshov A.B., Ivanov N.S., Mirzabekov B.Ay.</i> Electrochemical behavior of the copper electrode in hydrochloric acid.....	33
<i>Ishpekbayev Zh.Ey.</i> Background of increasing sociopolitical national economic competitiveness CIS.....	37
<i>Kenzhebayev D.A.</i> The Development of the professionalism of teachers higher military educational institutions.....	42
<i>Shaimerdenova A.K.</i> Linear-fractional branching processes with countably many types in nonhomogeneous environment.....	46
<i>Timipayzev V.A., Mendebayev T.M., Gabdullina A.Z.</i> Relations department positional machining.....	50

Conference, seminar

Seminar of ELSEVIER by the theme: «Development of journals».....	55
--	----

Chronicle

Information Notice on the election as a corresponding-member of the NAS of RK.....	56
--	----

Редакторы *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 20.12.2012.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
3,75 п.л. Тираж 300. Заказ 5.